

Kosmologische Entfernungen und weitere Auswirkungen der Expansion unseres Universums

LFB Jena, 09.07.2019

Reiner Guse, Peine

- Zeit-Distanz-Diagramm unseres Universums
- Anwendung: Quasar QSB B1302+361
- Wie groß ist unser beobachtbares
Universum?
 - Physikalisch mathematische
Hintergründe
- Warum können wir das Licht
von Himmelsobjekten empfangen,
die sich aufgrund der Expansion mit
Überlichtgeschwindigkeit von uns entfernen?

- Zeit-Distanz-Diagramm unseres Universums



1929 wurde die Expansion durch die beobachtete Galaxienflucht von Hubble bestätigt.

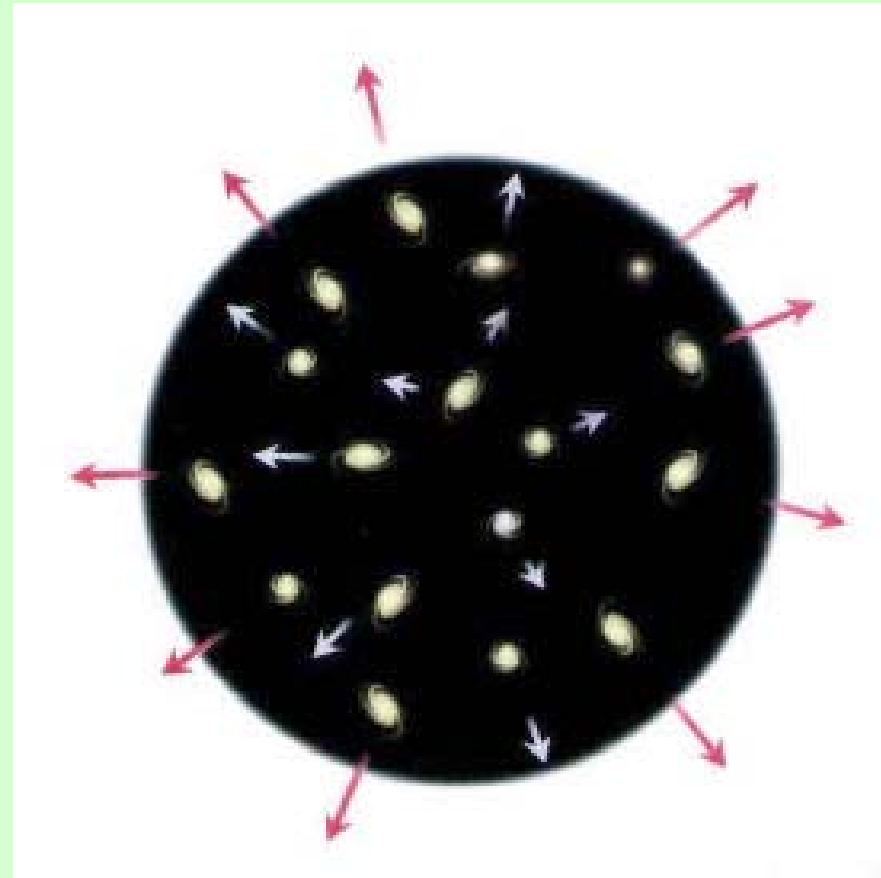
Messungen ergaben:

$$v = H_0 \cdot d$$

Heute gilt:

$$H_0 = 71 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} = 22 \frac{\text{km/s}}{\text{MLy}}$$

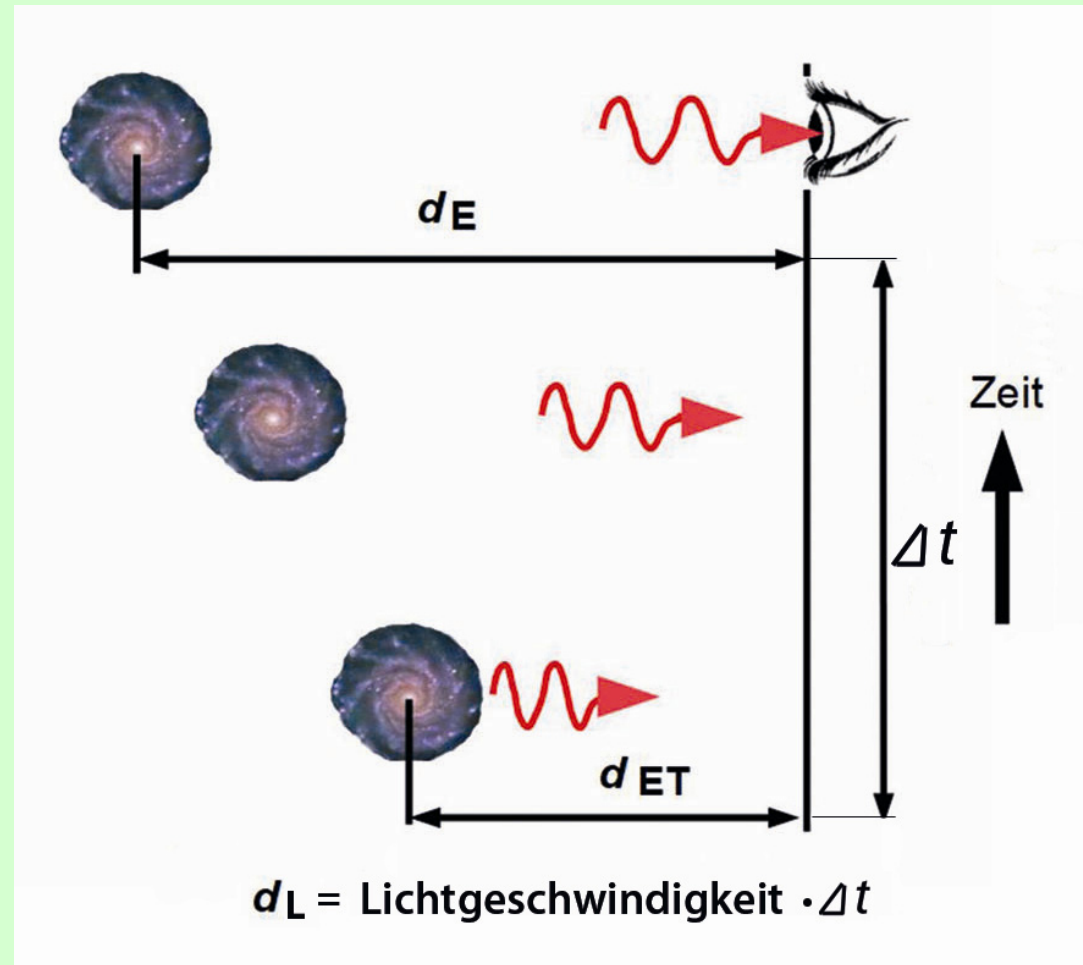
Mit H als Hubble-Parameter



d_E **Eigendistanz** (Entfernung zum jetzigen Zeitpunkt)

d_L **Lichtlaufdistanz** (Entfernung, die das Licht vom Objekt bis zu uns zurückgelegt hat.)

d_{ET} **Eigendistanz zum Zeitpunkt t** (zum Zeitpunkt der Lichtaussendung)

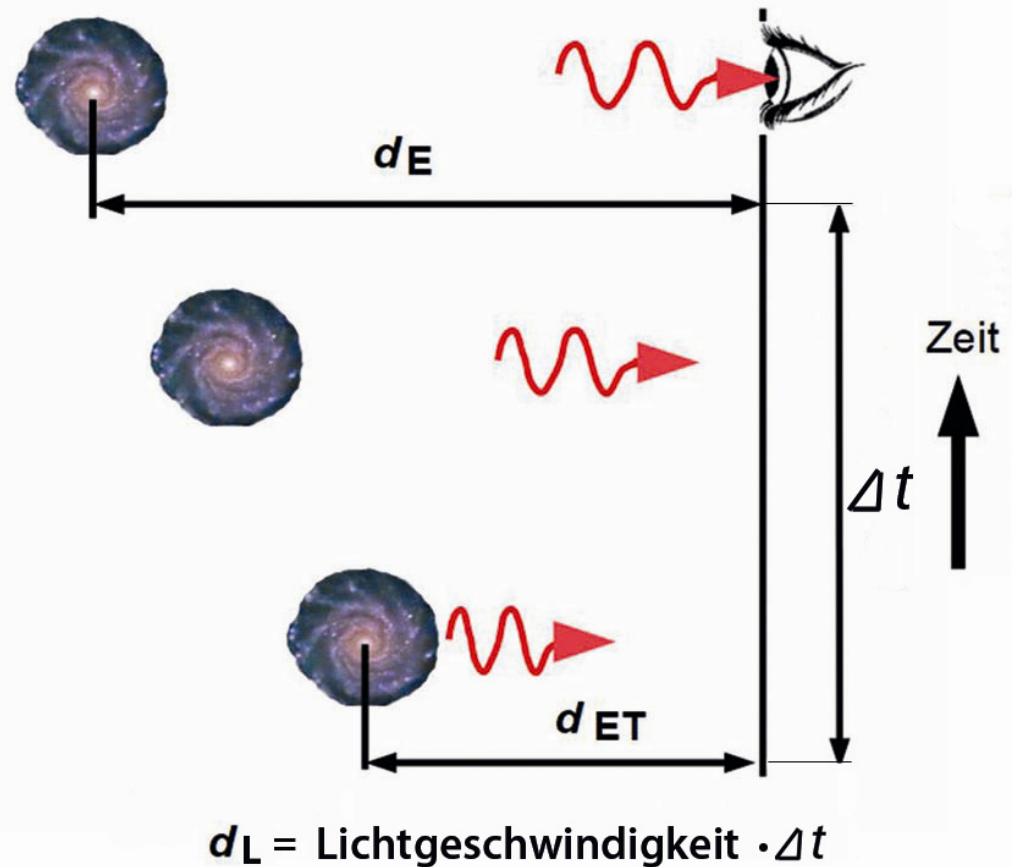


Außerdem gibt es noch die Leuchtkraftdistanz und Winkeldistanz.

d_E **Eigendistanz** (Entfernung zum jetzigen Zeitpunkt)

d_L **Lichtlaufdistanz** (Entfernung, die das Licht vom Objekt bis zu uns zurückgelegt hat.)

d_{ET} **Eigendistanz zum Zeitpunkt t** (zum Zeitpunkt der Lichtaussendung)



$$a(t) = \frac{d_{ET}}{d_E}$$

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{beobachtet}}} = \frac{d_{ET}}{d_E} = a(t)$$

$a(t)$ Skalenfaktor

λ_0 Wellenlänge des Lichtes bei der Aussendung

$\lambda_{\text{beobachtet}}$ beobachtete Wellenlänge beim Eintreffen

Veranschaulichung durch eine Karte

Karte für das Universum:

- 3 Raumdimensionen (z. B. x , y und z oder RA, DEC und r)
- 1 Dimension für die Zeit t , da der Raum mit der Zeit expandiert

Folge: **4-dimensionale Darstellung einer Raumzeitkarte**

Darstellung nicht möglich!

Erkenntnisse zum Universum:

- Der Raum des Universums ist flach (keine Krümmung).
- Das Universum ist homogen (in großen Skalen gleichmäßig).
- Das Universum ist isotrop (richtungsunabhängig).

**Folge: 2-dimensionale Darstellung einer Raumzeitkarte
mit x (oder r) und t**

Zeit t in
Sekunden

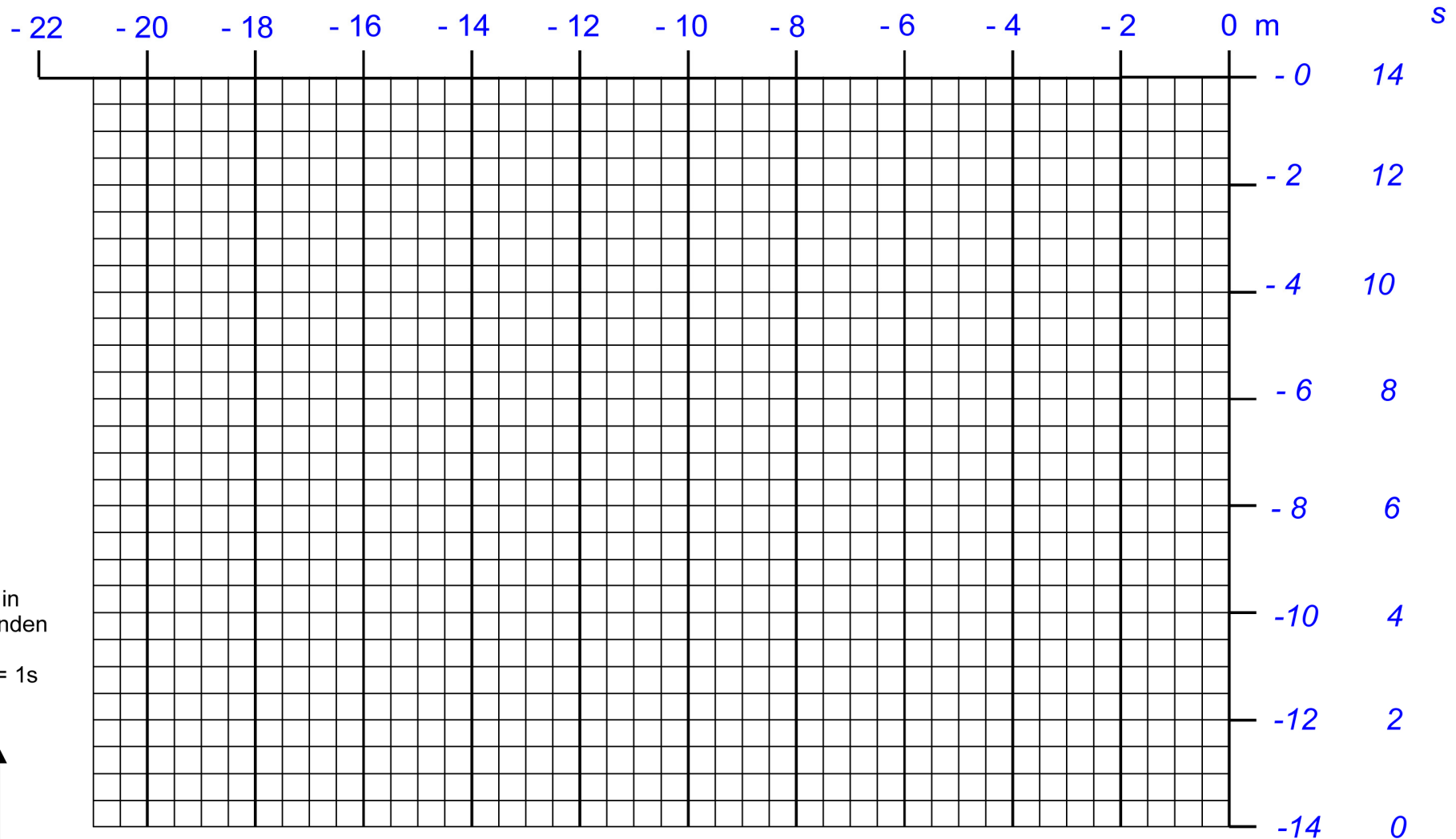
1cm = 1s



Raumkoordinate x (Abstand) in Meter
1cm = 1m



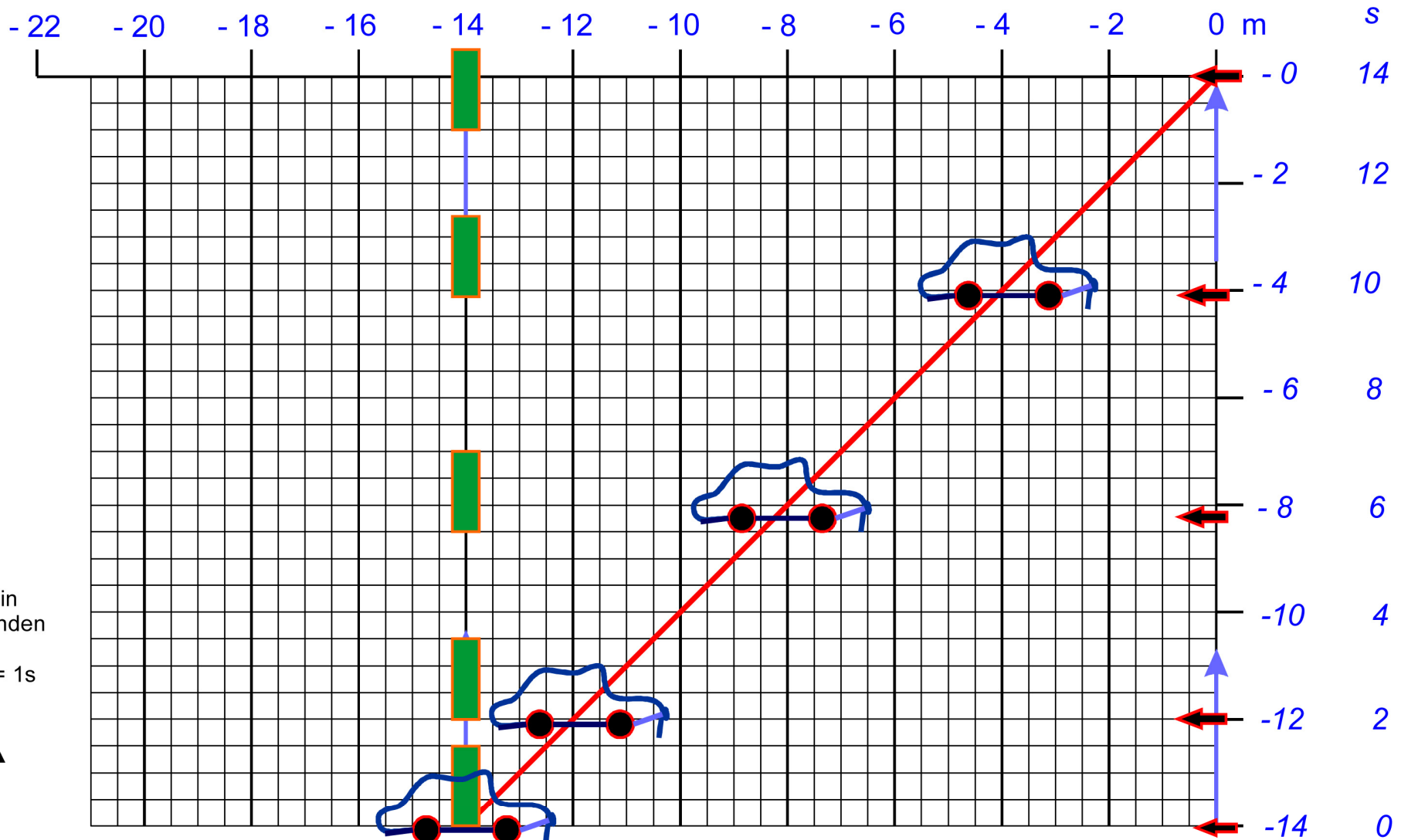
Raumzeitkarte unser näheren Umgebung

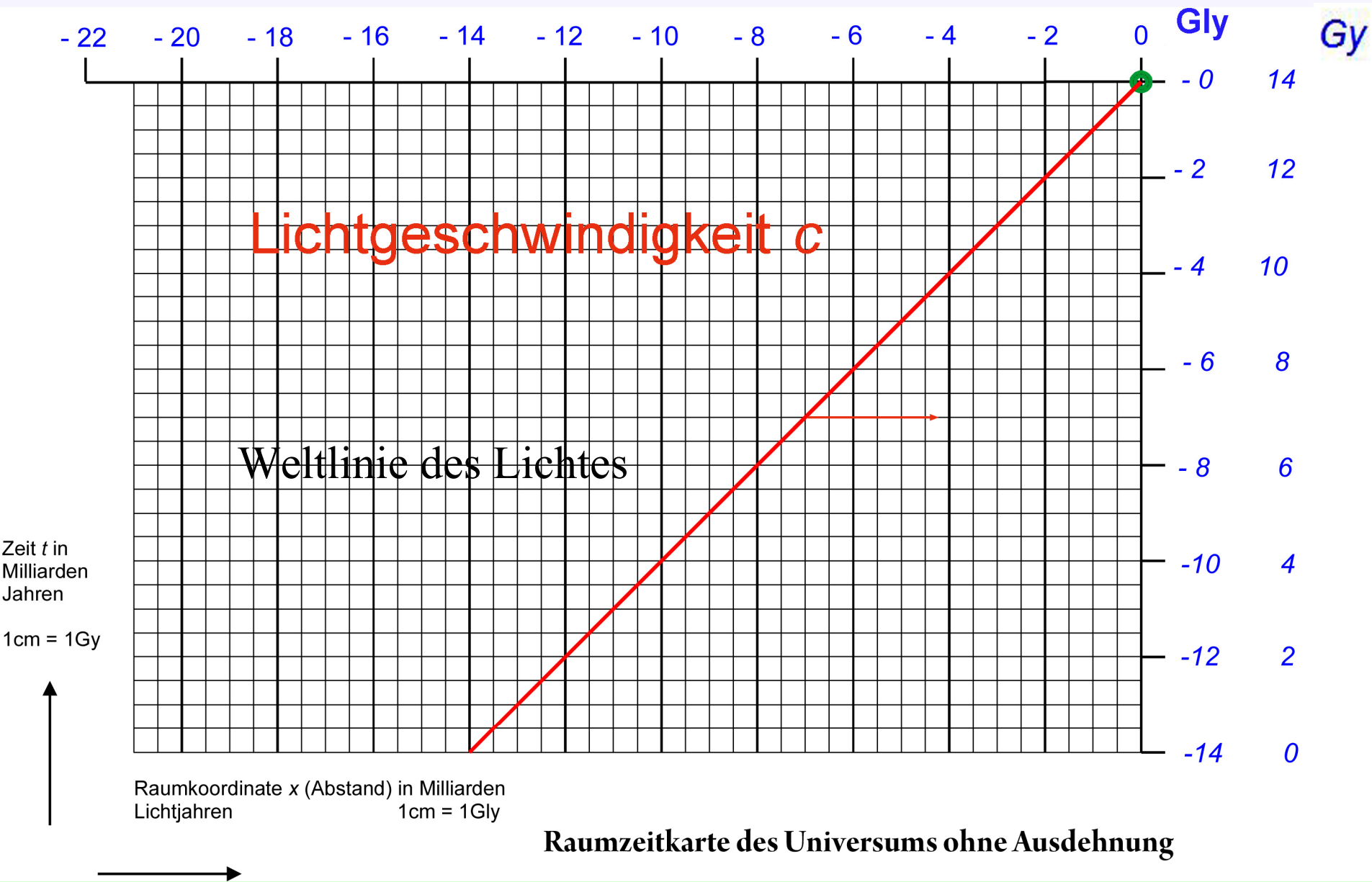


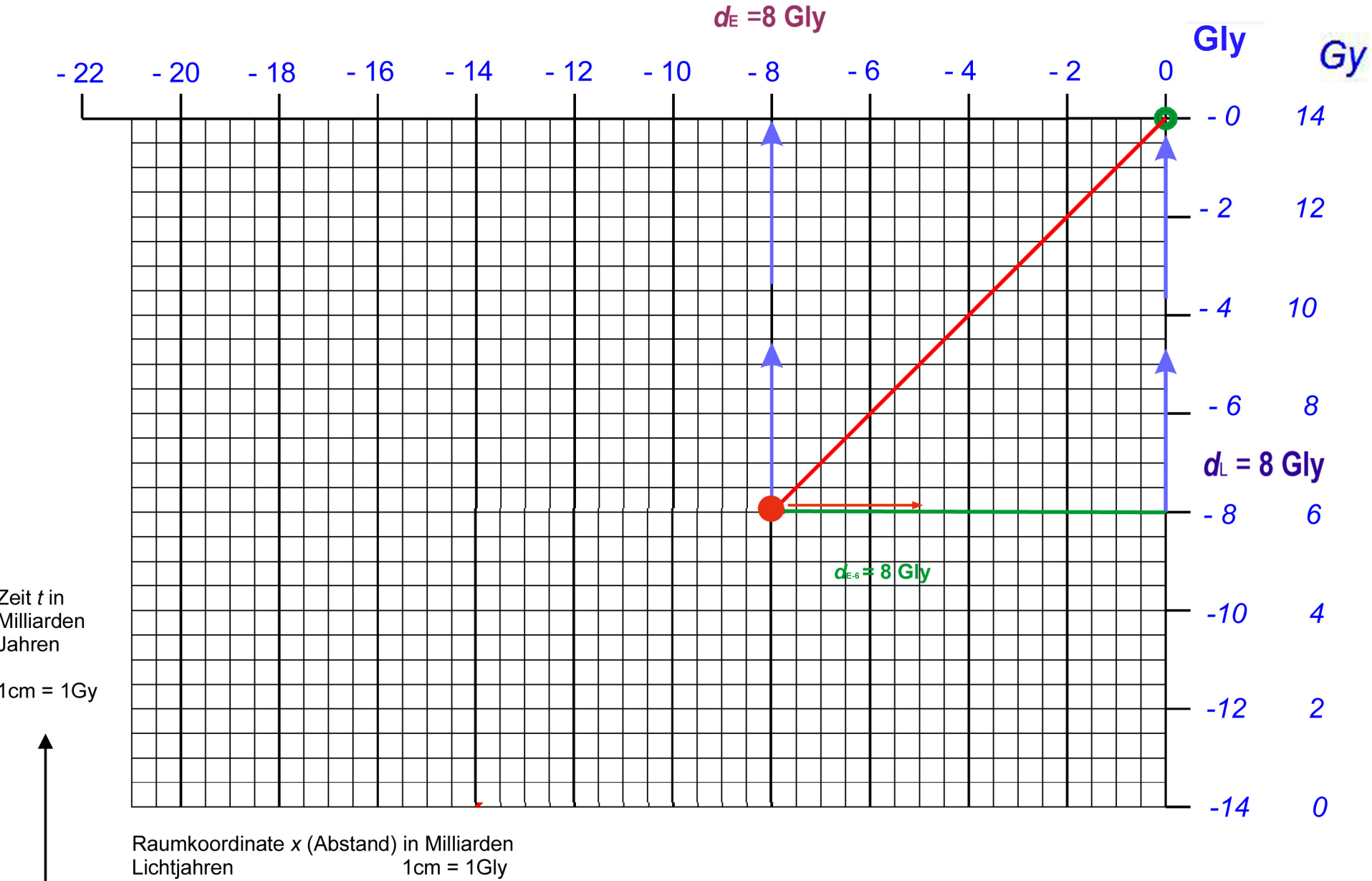
Zeit t in
Sekunden
1cm = 1s

Raumkoordinate x (Abstand) in Meter
1cm = 1m

Raumzeitkarte unserer näheren Umgebung

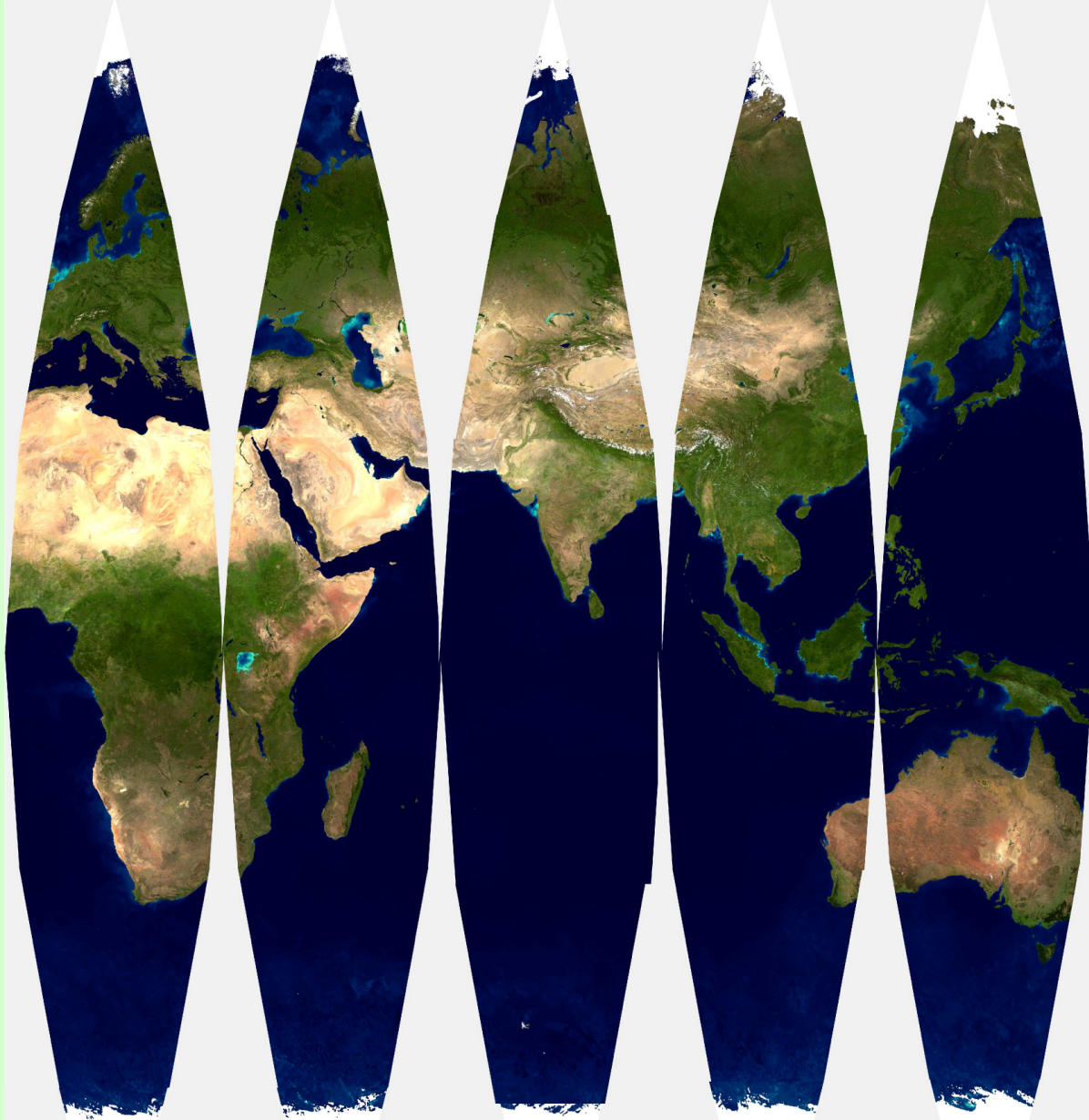




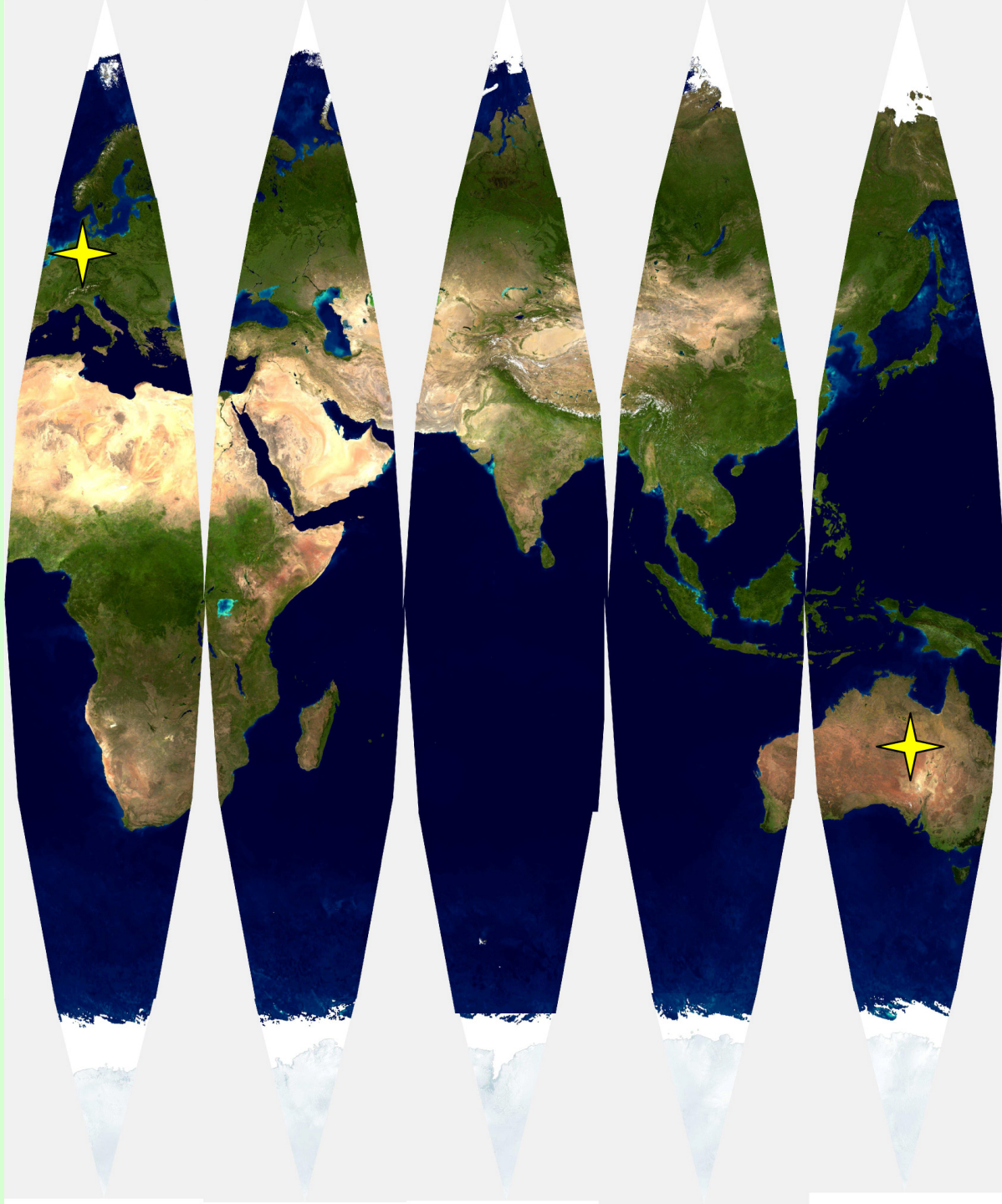


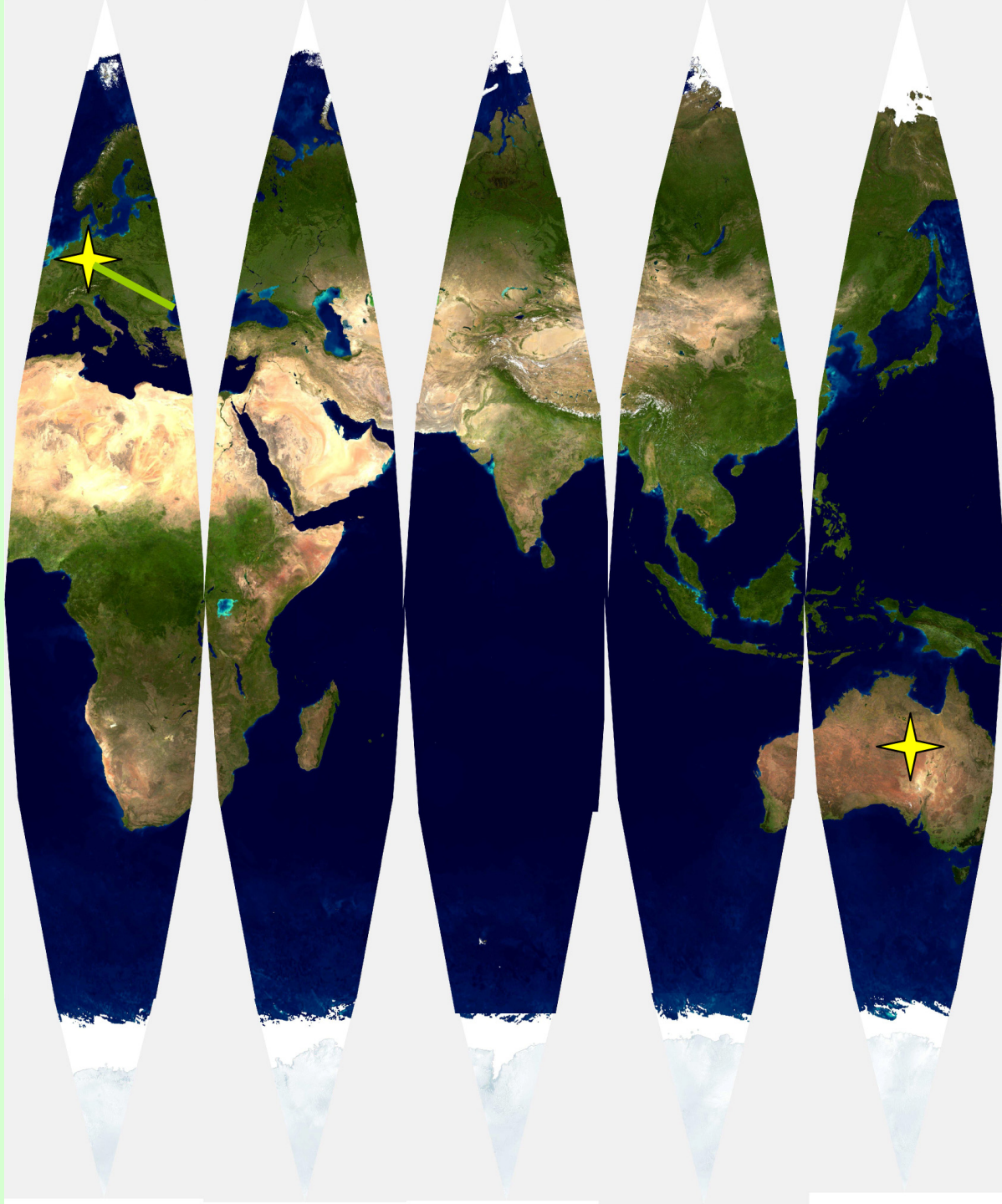
Lichtlaufdistanz $dL = \text{Eigendistanz(heute)}$ $dE = \text{Eigendistanz}$ dET

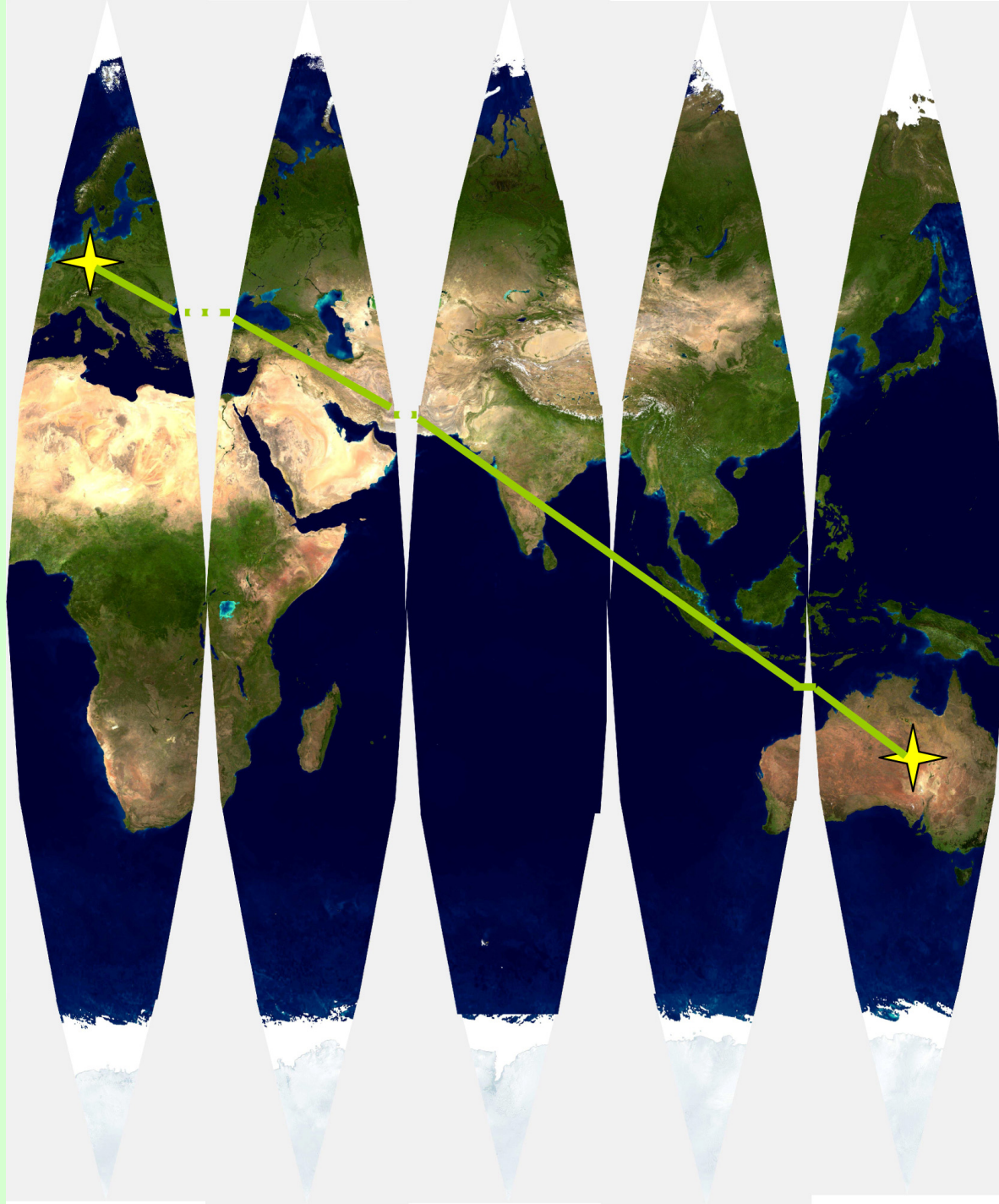
Um die Raumausdehnung bei einer Karte zu berücksichtigen, wird eine Sektorenkarte verwendet.



Sektorenkarte der Erde



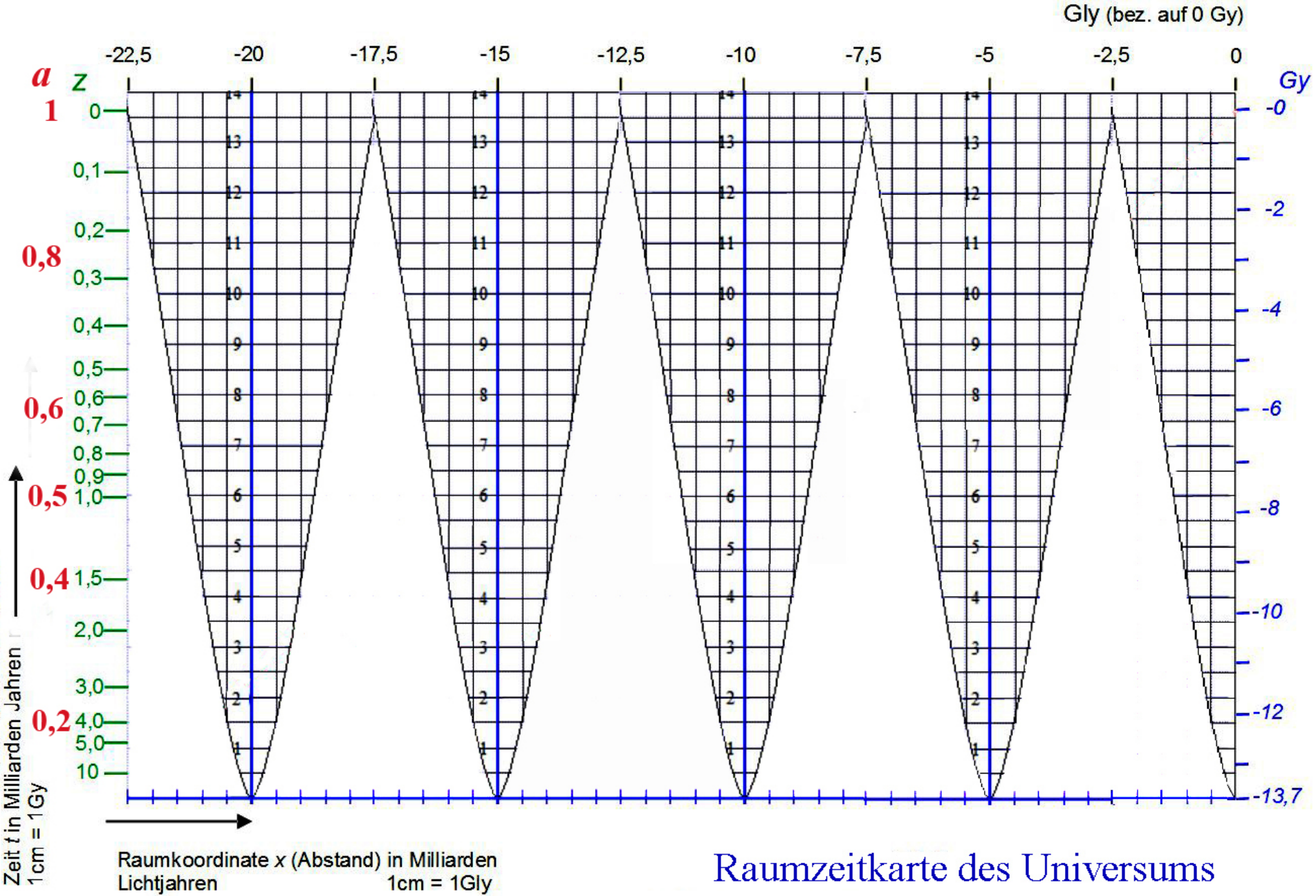




14 500 km

Merke:

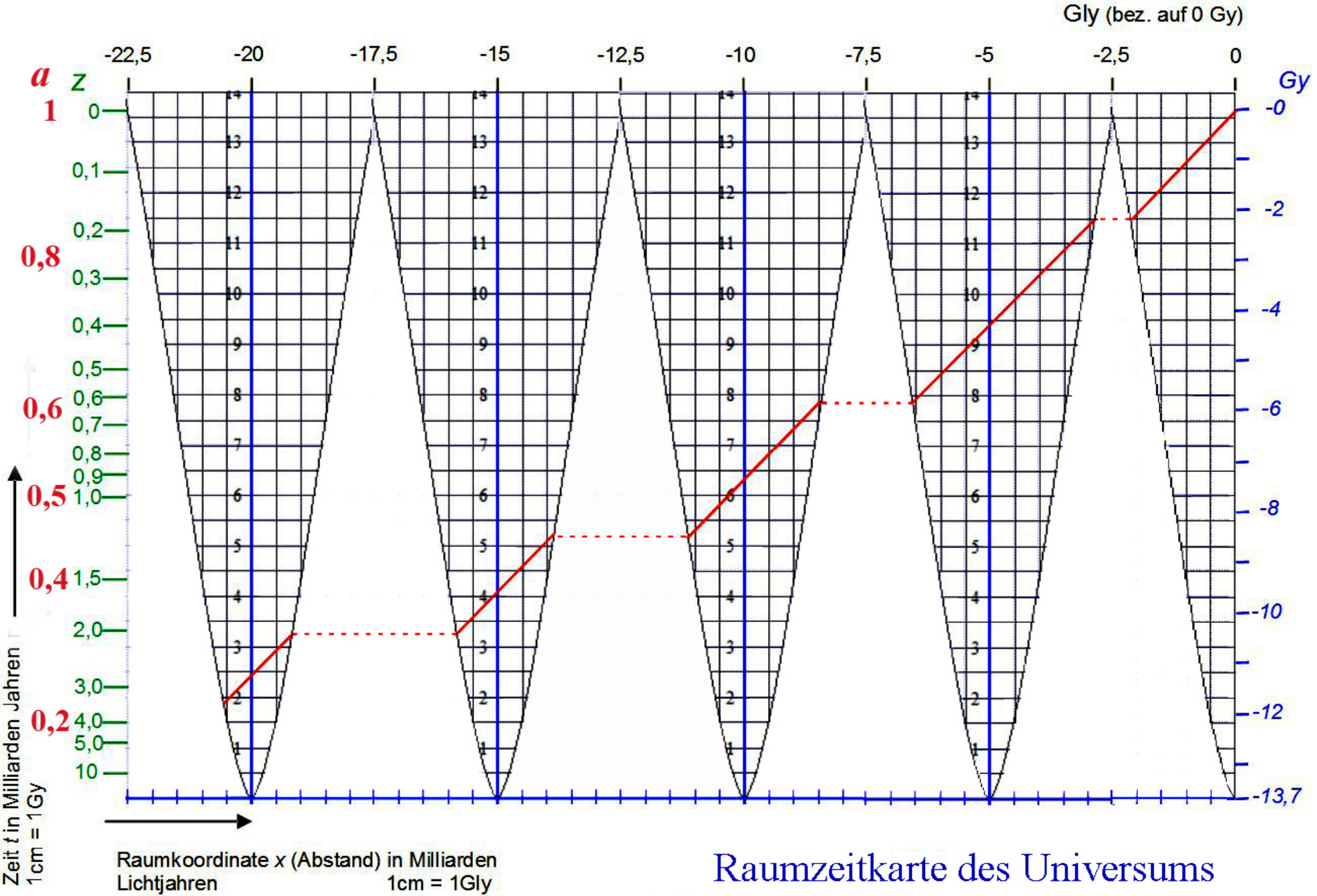
- Bei Sektorkarten mit Lücke werden die Lücken bei der Messung waagerecht übersprungen.
- Die Sektoren geben die Realität wieder, die Lücken haben keinerlei Bedeutung und haben keinerlei Bezug zur Erdoberfläche!



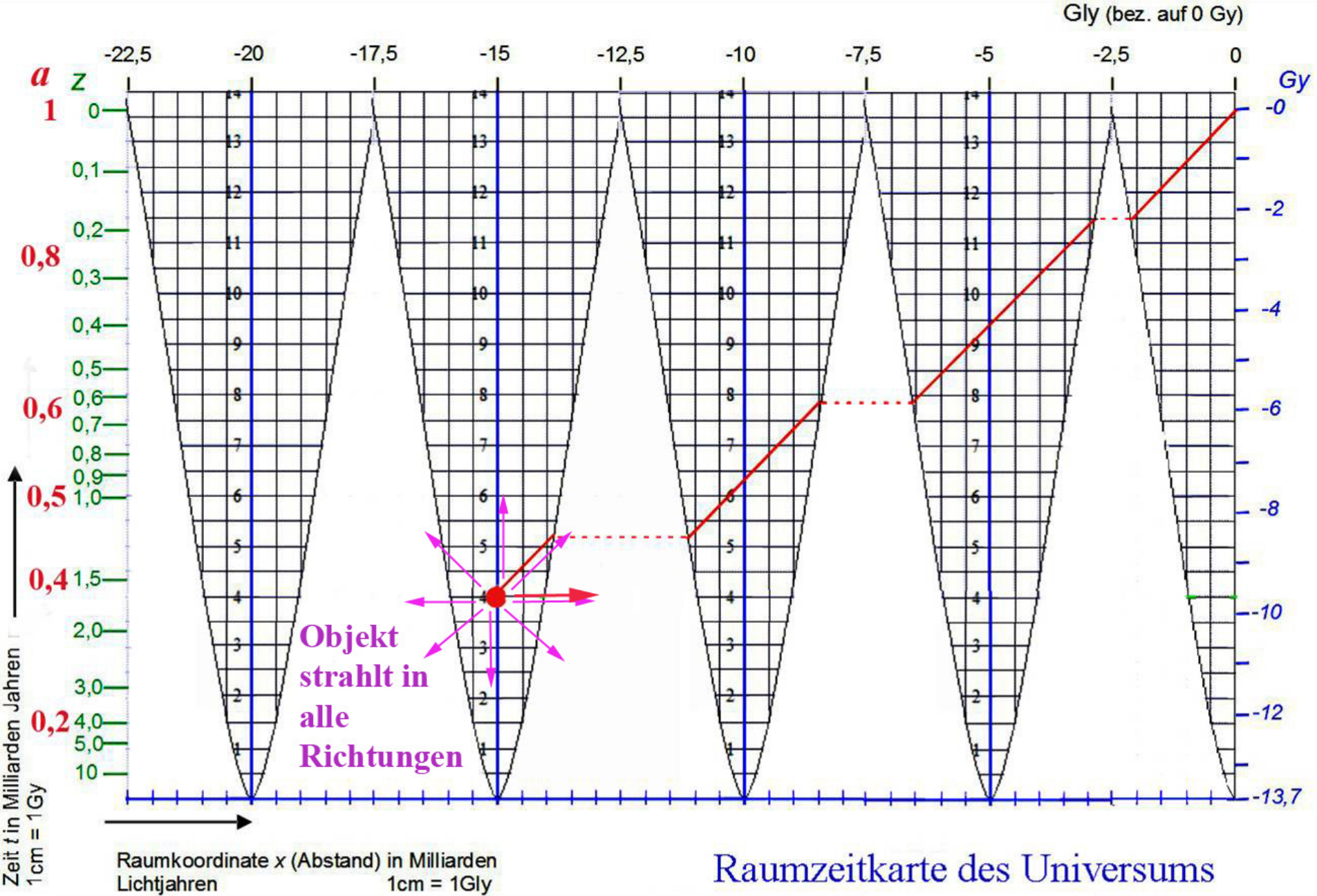
a Skalenfaktor

z Rotverschiebung

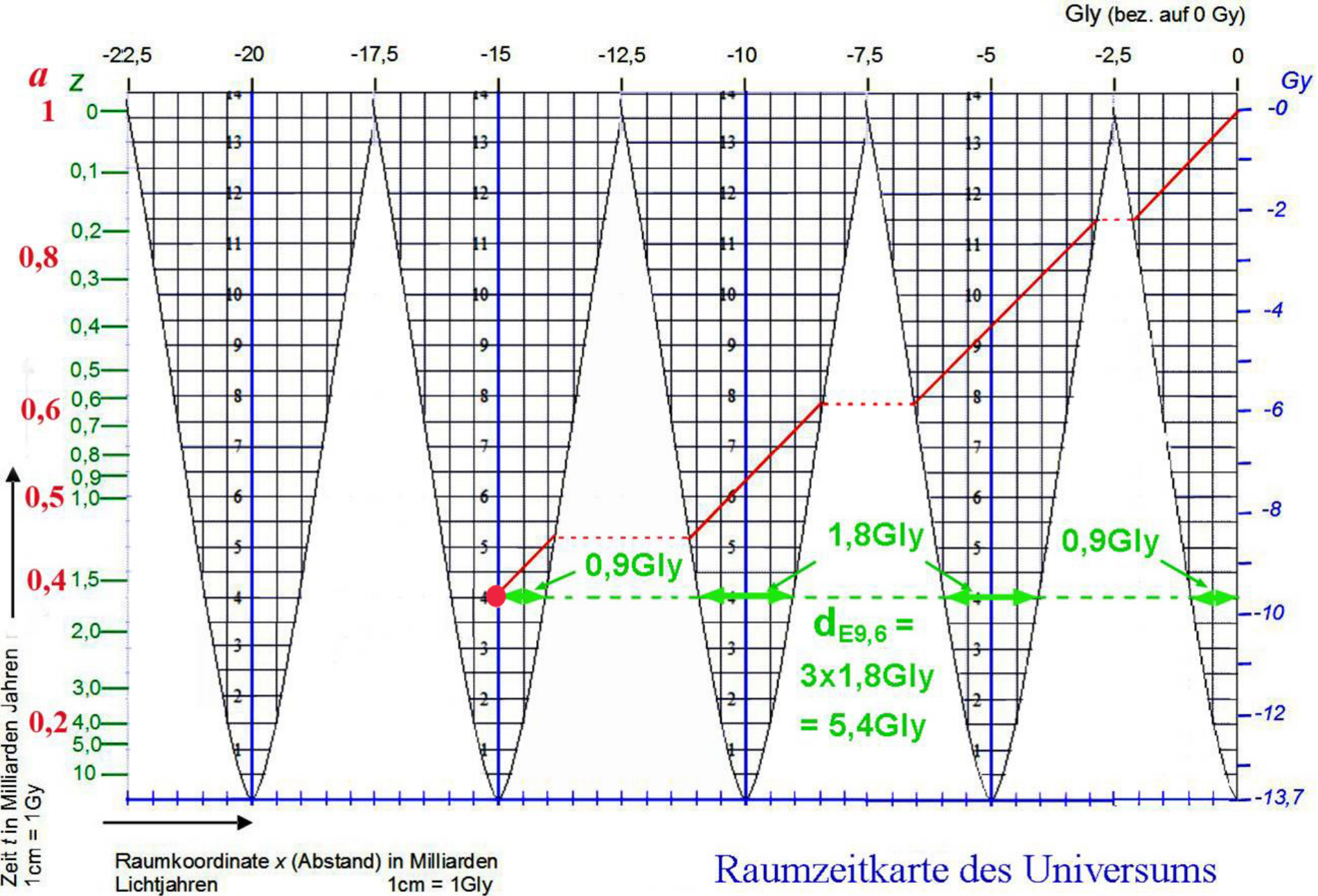
$$a = \frac{1}{z+1}$$



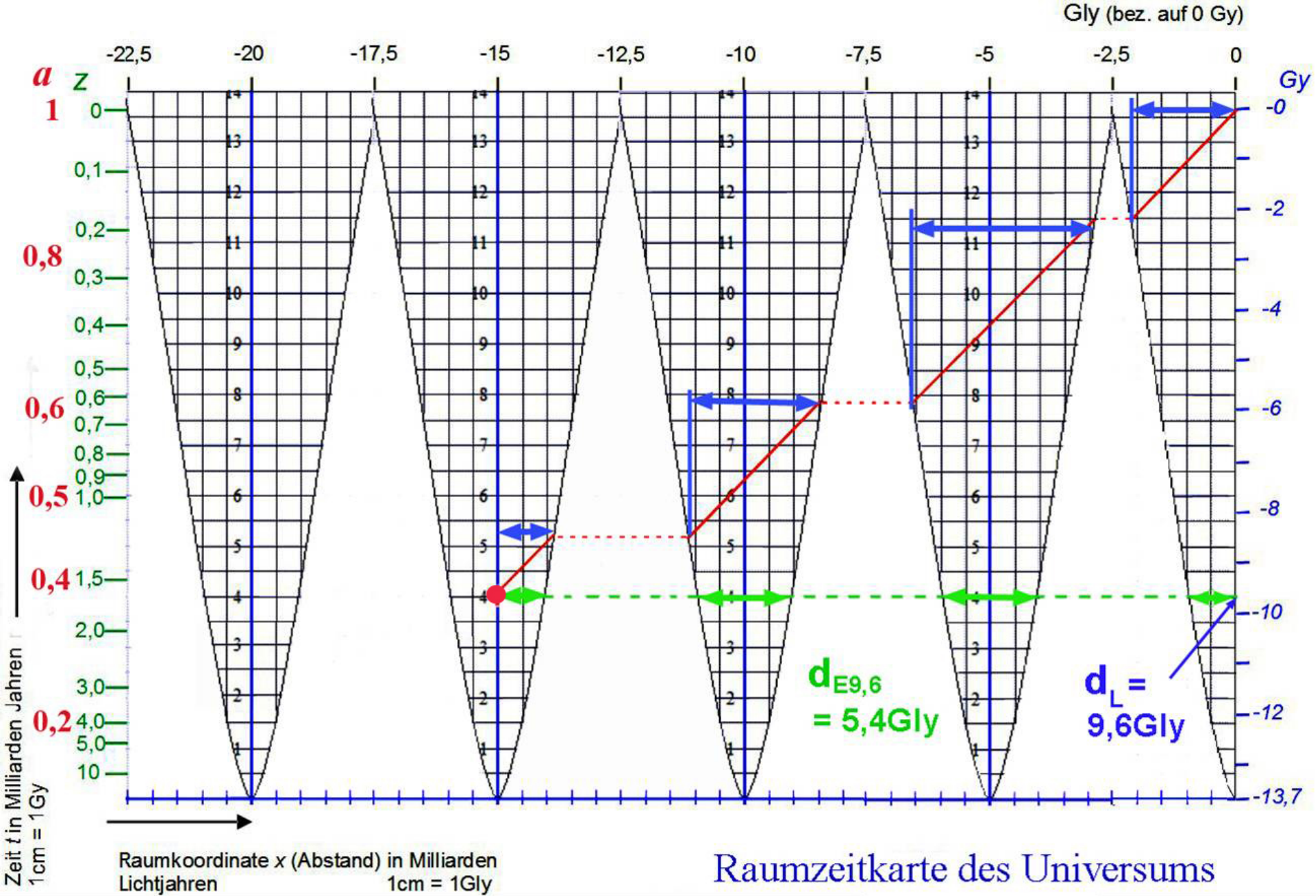
Weltlinie des Lichts



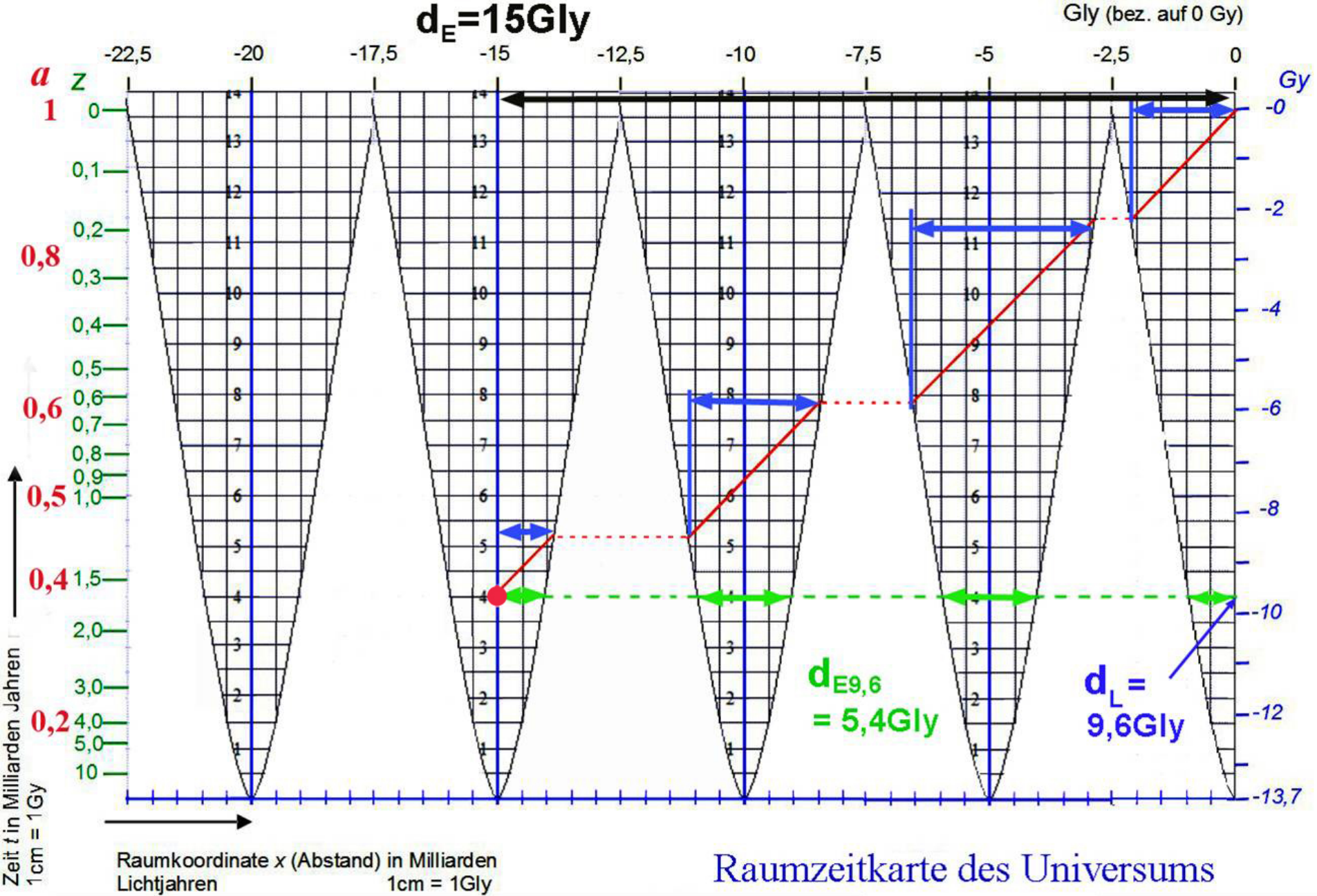
Die Weltlinie des Lichtes bezieht sich nur auf die x – Richtung!



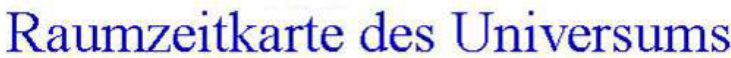
Eigendistanz d_{ET} vor 9,6Gy (grüne Pfeile): $d_{E9,6} = 5,4 \text{ Gly}$



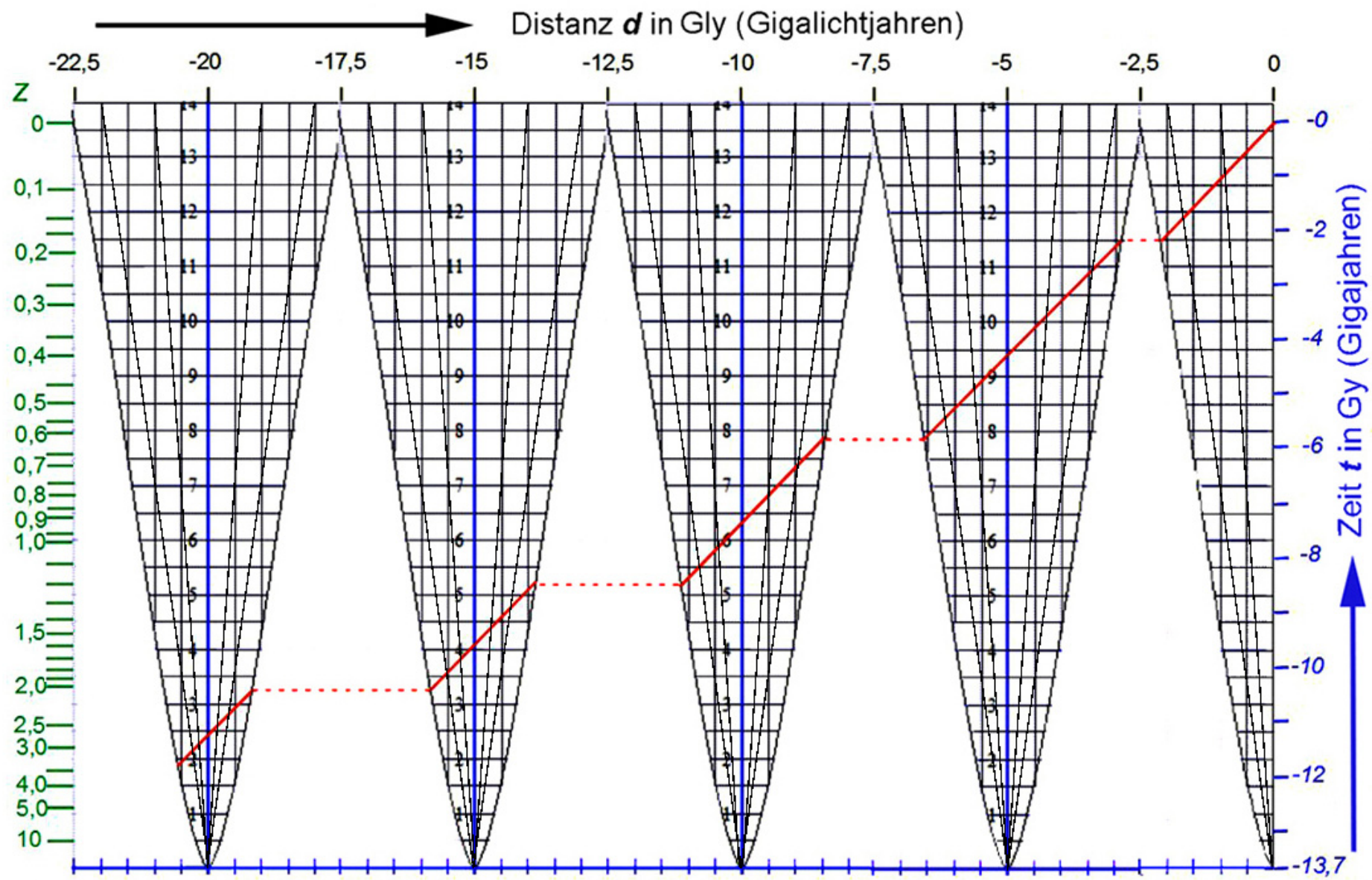
Lichtlaufdistanz d_L (blaue Pfeile) oder $c \times 9,6 \text{ Gy} = 9,6 \text{ Gly}$

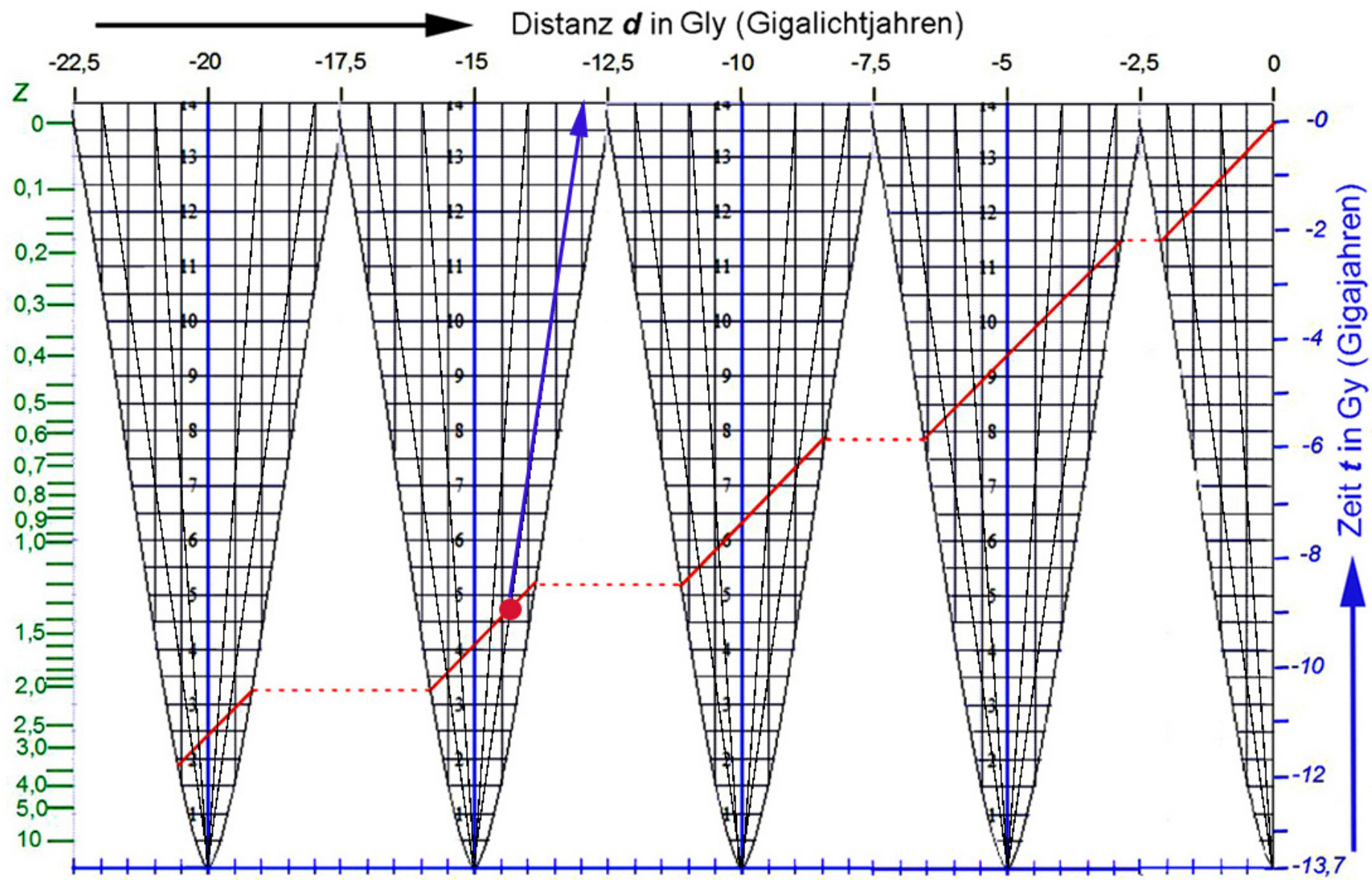


Eigendistanz heute d_E (schwarzer Pfeil): $d_E = 15 \text{ Gly}$



Distanzen und Rotverschiebung z sowie Skalenfaktor a





In der Praxis wird von weit entfernten Objekten die Rotverschiebung gemessen. Wenn diese bekannt ist, dann kann mit der Raumzeitkarte ohne großen mathematischen Aufwand

- die Eigendistanz d_{ET} zum Zeitpunkt der Lichtaussendung
- die Eigendistanz d_{E} heute
- die Lichtlaufdistanz d_{L}

ermittelt werden.

Mit diesen Werten kann auch die Helligkeitsdistanz d_{lum} und die Winkeldistanz d_{ang} bestimmt werden.

- Anwendung: Quasar QSB B1302+361



12,1mag

QSO B1302+361

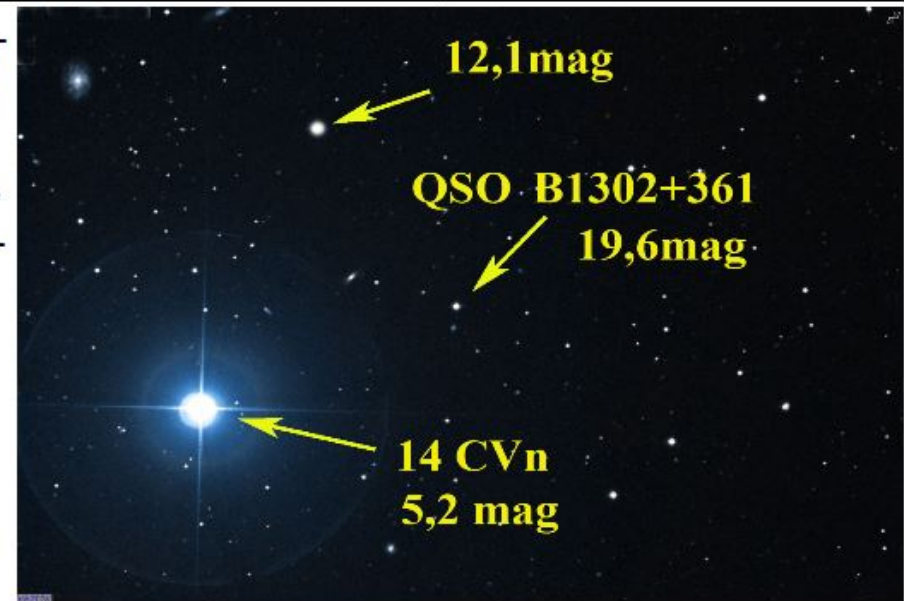
19,6mag

14 CVn
5,2 mag

Der Quasar QSO B1302+361 befindet sich im Sternbild „Jagdhunde“ und hat eine scheinbare Helligkeit von 19,6 mag. Aufgrund seiner großen Entfernung und der Expansion des Weltalls ist sein Licht rotverschoben und es wurde folgende Rotverschiebung gemessen:

$$z = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}} - \lambda_0}{\lambda_0} = 0,89$$

Mit diesem Wert und mit Hilfe des Zeit – Distanz – Diagramms sollen folgende Werte ermittelt werden:



1. a) Wie lange war das Licht von der Aussendung bis zum Empfang unterwegs (Lichtlaufdistanz d_L)?

Ergebnis:

$d_L =$ _____

- b) Bestimmen Sie die Entfernung, die der Quasar zum Zeitpunkt der Lichtaussendung hatte (Eigendistanz d_{ET}).

Ergebnis:

$d_{ET} =$ _____

- c) Wie groß ist die Eigendistanz d_E zum heutigen Zeitpunkt?

Ergebnis:

$d_E =$ _____

2. Angenommen, der Quasar strahlt erst eine Milliarde Jahre vor dem Zeitpunkt der Lichtaus-
sendung mit dieser Helligkeit.
Vor wie vielen Jahren hätte er dann erstmalig von der Erde aus mit der ca. 19,6 mag großen
scheinbaren Helligkeit beobachtet werden können. Dabei gehen wir davon aus, dass es damals
schon entsprechende Teleskope gegeben hat, was natürlich noch nicht der Fall war.

Tipps:

- Die Lösung ist nicht „vor einer Milliarde Jahren“.
- Man erhält die Zeit, indem man die Weltlinie des Lichtes vom damaligen Zeitpunkt ausgehend einzeichnet.

Ergebnis:

vor $t =$ _____

3. *Zusatzaufgabe:*

Mithilfe der Rotverschiebung und der Eigendistanz lassen sich leicht die Leuchtkraftdistanz d_{lum}
und die Winkeldistanz d_{ang} ermitteln:

$$d_{\text{lum}} = d_E (z + 1)$$

$$d_{\text{ang}} = \frac{d_E}{(z + 1)}$$

Ergebnisse:

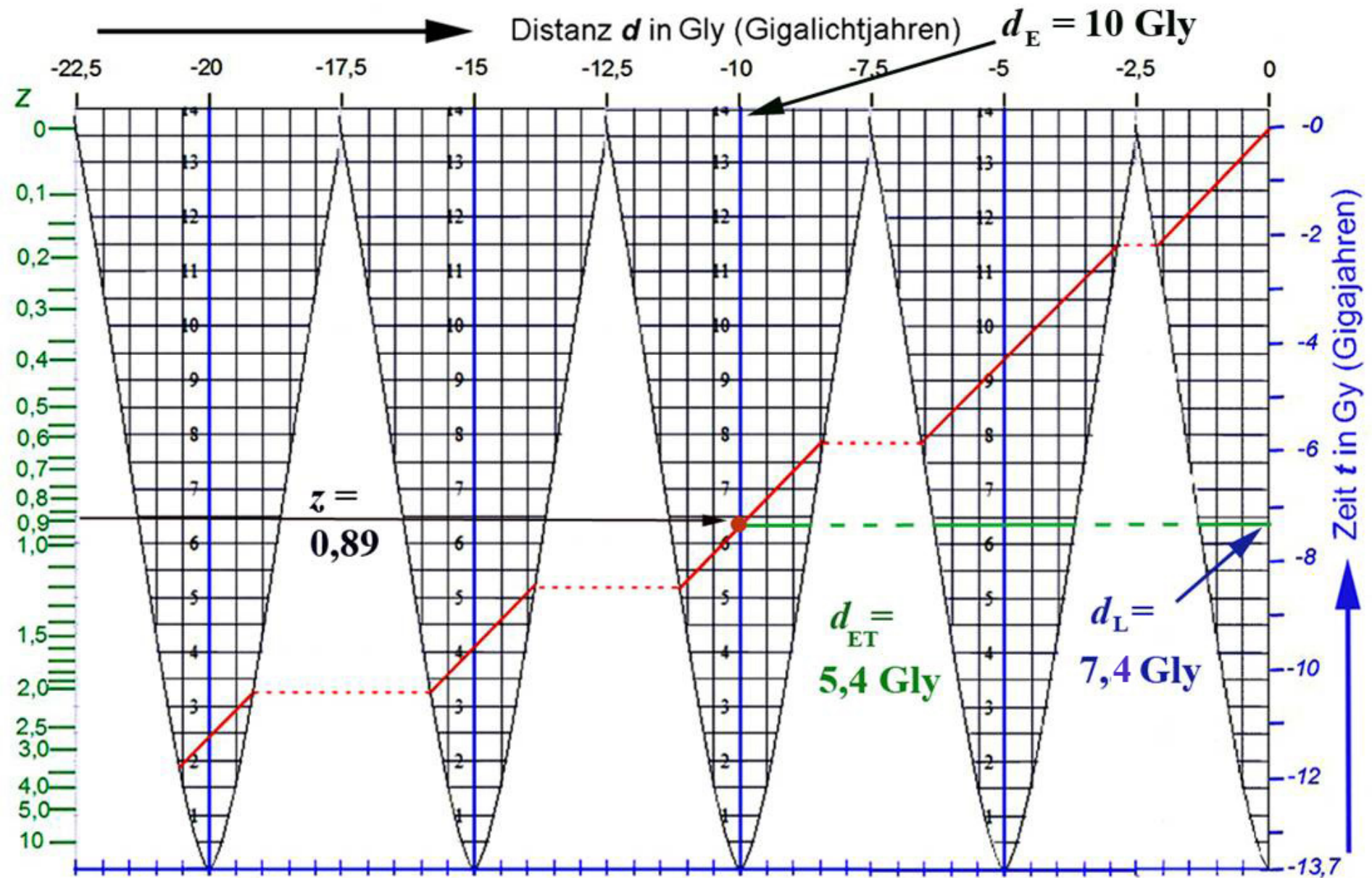
a) Berechnen Sie die Leuchtkraftdistanz.

$d_{\text{lum}} =$ _____

b) Berechnen Sie die Winkeldistanz.

$d_{\text{ang}} =$ _____

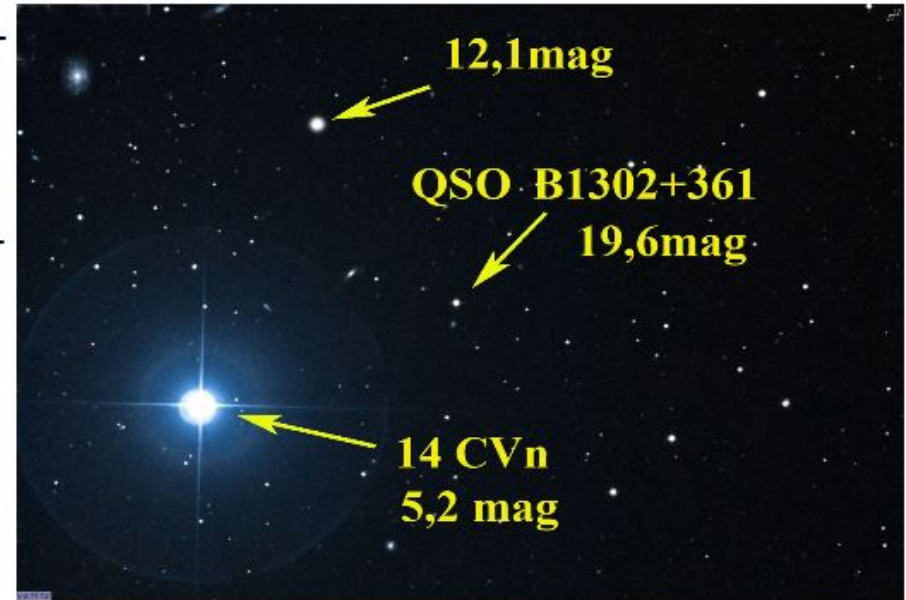
Zusätzlicher Hinweis: Da sich der Winkel eines Objektes durch die Expansion nicht ändert, ist die
Winkeldistanz so groß wie die Eigendistanz d_{ET} zum Zeitpunkt der Aussendung.
Die Leuchtkraftdistanz entspricht zwar auch der Helligkeit bei der Aussendung, außerdem wird sie
aber durch die Wellenlängenausdehnung und zusätzlich durch die Zeitdehnung geschwächt. Daher
erhält man einen entsprechend höheren Wert.



Der Quasar QSO B1302+361 befindet sich im Sternbild „Jagdhunde“ und hat eine scheinbare Helligkeit von 19,6 mag. Aufgrund seiner großen Entfernung und der Expansion des Weltalls ist sein Licht rotverschoben und es wurde folgende Rotverschiebung gemessen:

$$z = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}} - \lambda_0}{\lambda_0} = 0,89$$

Mit diesem Wert und mit Hilfe des Zeit – Distanz – Diagramms sollen folgende Werte ermittelt werden:



1. a) Wie lange war das Licht von der Aussendung bis zum Empfang unterwegs (Lichtlaufdistanz d_L)?

Ergebnis:

$d_L = \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{7,4 \text{ Gly (7,6 GLy)}}$

- b) Bestimmen Sie die Entfernung, die der Quasar zum Zeitpunkt der Lichtaussendung hatte (Eigendistanz d_{ET}).

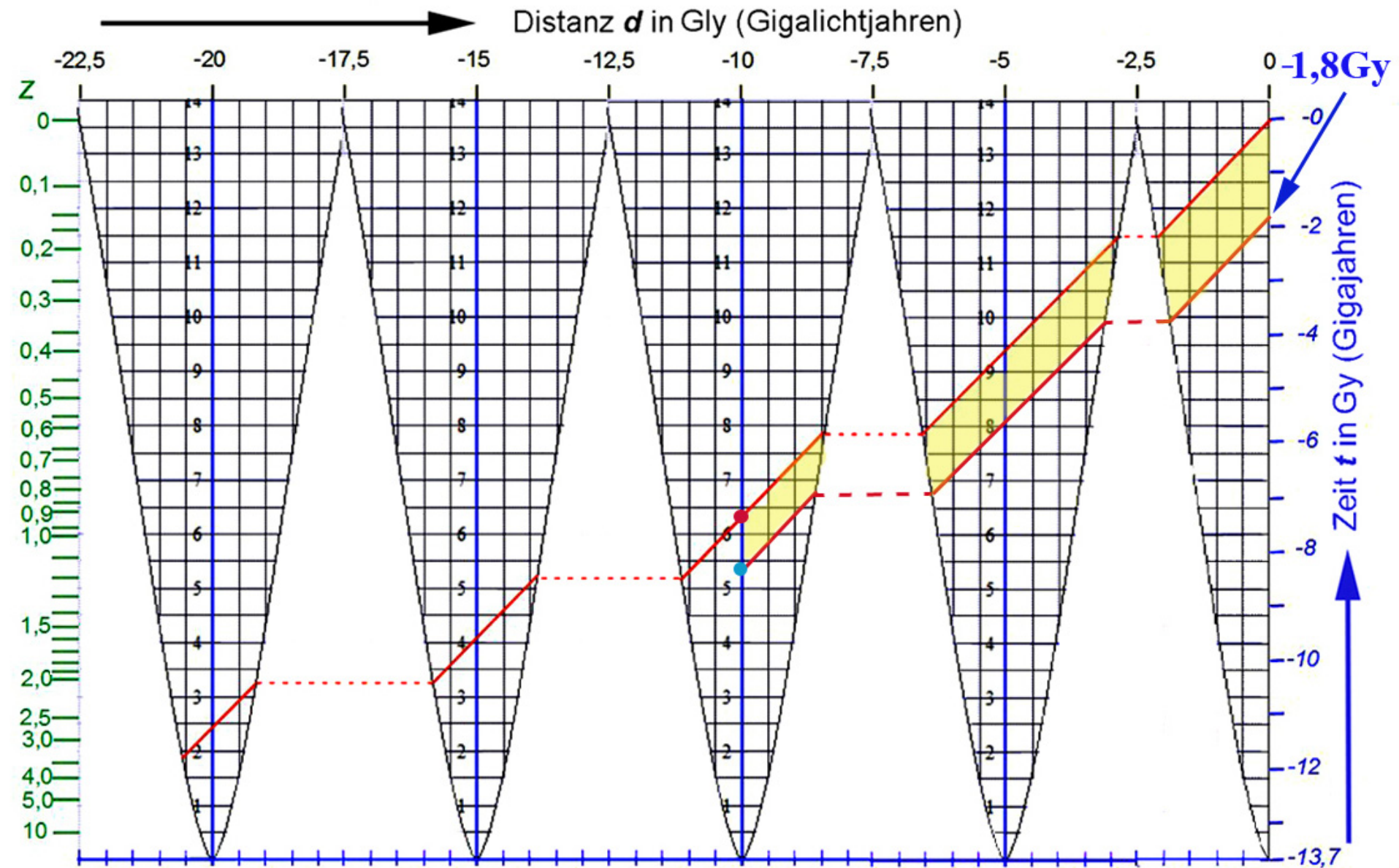
Ergebnis:

$d_{ET} = \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{5,4 \text{ Gly (5,38 Gly)}}$

- c) Wie groß ist die Eigendistanz d_E zum heutigen Zeitpunkt?

Ergebnis:

$d_E = \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{10 \text{ Gly (10,6 Gly)}}$



Lösung Quasar Aufgabe 2

2. Angenommen, der Quasar strahlt erst eine Milliarde Jahre vor dem Zeitpunkt der Lichtaussendung mit dieser Helligkeit.

Vor wie vielen Jahren hätte er dann erstmalig von der Erde aus mit der ca. 19,6 mag großen scheinbaren Helligkeit beobachtet werden können. Dabei gehen wir davon aus, dass es damals schon entsprechende Teleskope gegeben hat, was natürlich noch nicht der Fall war.

Tipps:

- Die Lösung ist nicht „vor einer Milliarde Jahren“.
- Man erhält die Zeit, indem man die Weltlinie des Lichtes vom damaligen Zeitpunkt ausgehend einzeichnet.

Ergebnis:

vor $t =$ 1,8 Gy

3. *Zusatzaufgabe:*

Mithilfe der Rotverschiebung und der Eigendistanz lassen sich leicht die Leuchtkraftdistanz d_{lum} und die Winkeldistanz d_{ang} ermitteln:

$$d_{\text{lum}} = d_E (z + 1)$$

$$d_{\text{ang}} = \frac{d_E}{(z + 1)}$$

- a) Berechnen Sie die Leuchtkraftdistanz.

Ergebnisse:

$d_{\text{lum}} =$ 18,9 Gly

- b) Berechnen Sie die Winkeldistanz.

$d_{\text{ang}} =$ 5,2 Gly

Zusätzlicher Hinweis: Da sich der Winkel eines Objektes durch die Expansion nicht ändert, ist die Winkeldistanz so groß wie die Eigendistanz d_{ET} zum Zeitpunkt der Aussendung.

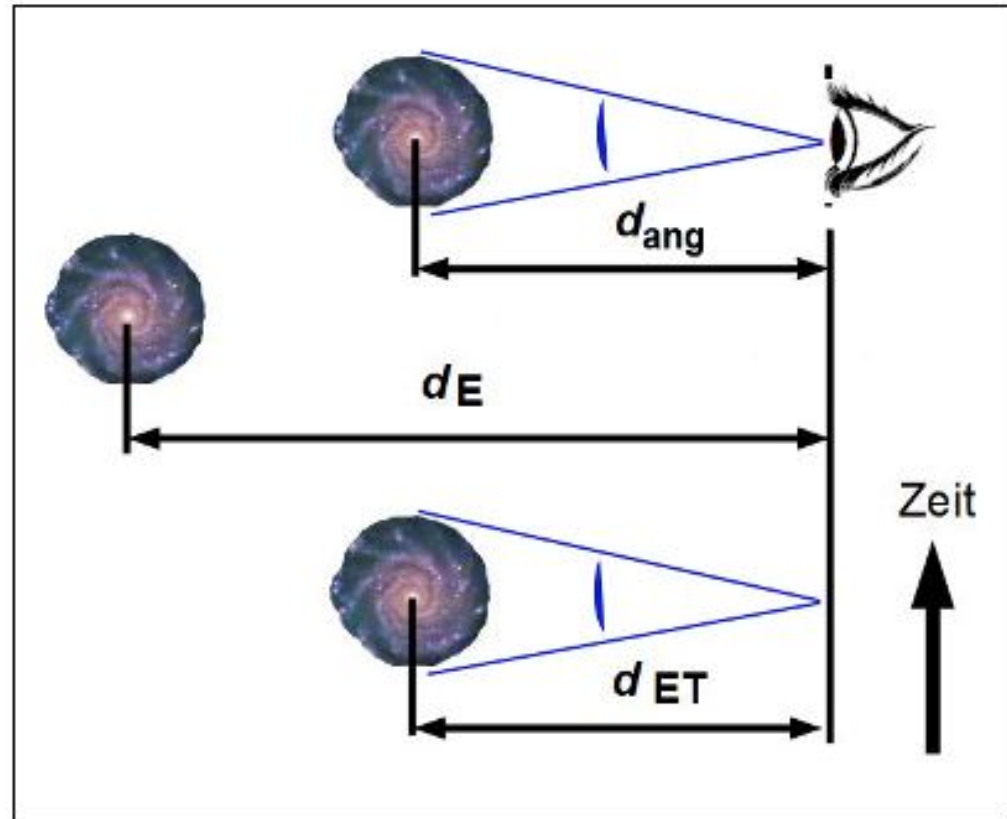
Die Leuchtkraftdistanz entspricht zwar auch der Helligkeit bei der Aussendung, außerdem wird sie aber durch die Wellenlängenausdehnung und zusätzlich durch die Zeitdehnung geschwächt. Daher erhält man einen entsprechend höheren Wert.

Winkeldistanz

Da sich der Winkel während der Ausdehnung nicht ändert, ist die Winkeldistanz gleich der Distanz bei der Lichtaussendung:

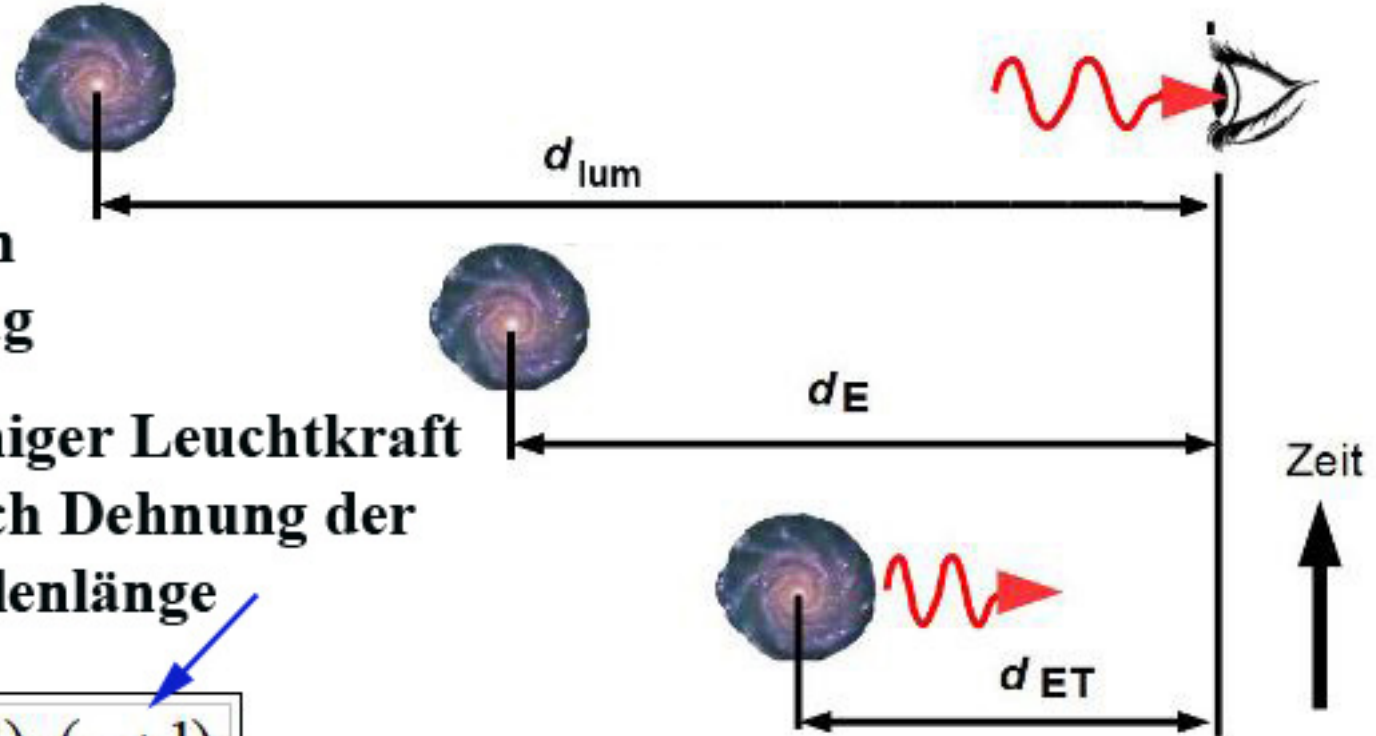
$$d_{\text{ang}} = d_{\text{ET}}$$

$$d_{\text{ang}} = \frac{d_{\text{E}}}{z+1}$$



Leuchtkraftdistanz

$$d_{\text{lum}} = d_E \cdot (z + 1)$$



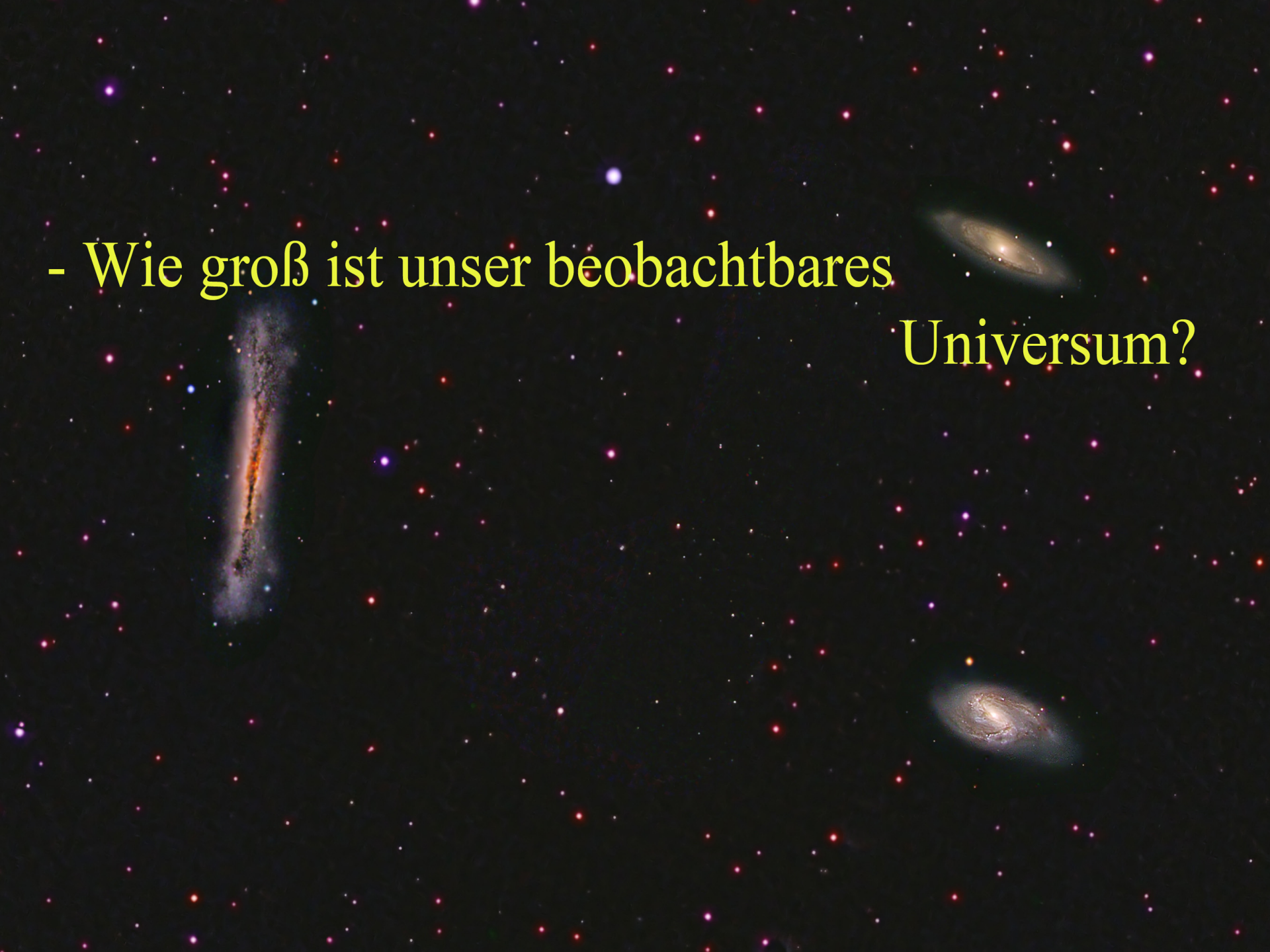
**Weniger Photonen
durch Zeitdehnung**

**Weniger Leuchtkraft
durch Dehnung der
Wellenlänge**

$$d_{\text{lum}} = \frac{d_E \cdot (z + 1) \cdot (z + 1)}{(z + 1)}$$

Leuchtkraft zur Zeit T

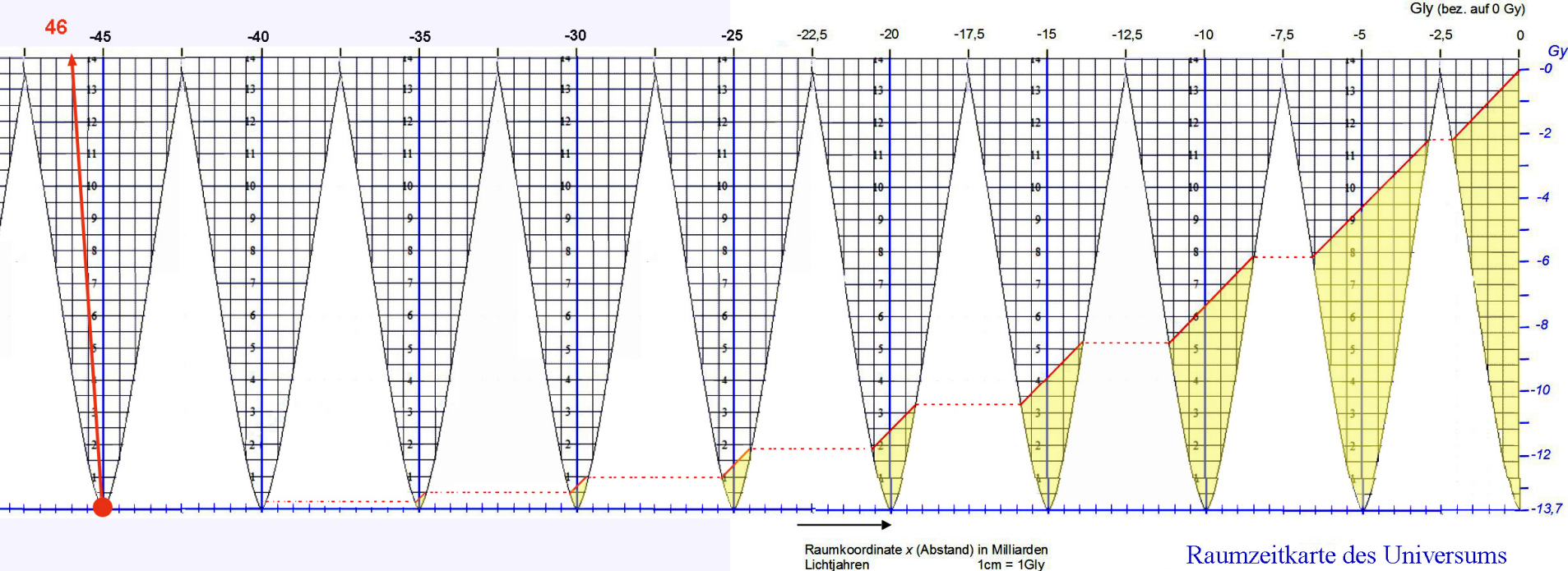
- Wie groß ist unser beobachtbares
Universum?





Horizont: Linie, die den Himmel von der Erde abgrenzt bzw. den sichtbaren Bereich der Erde abgrenzt.

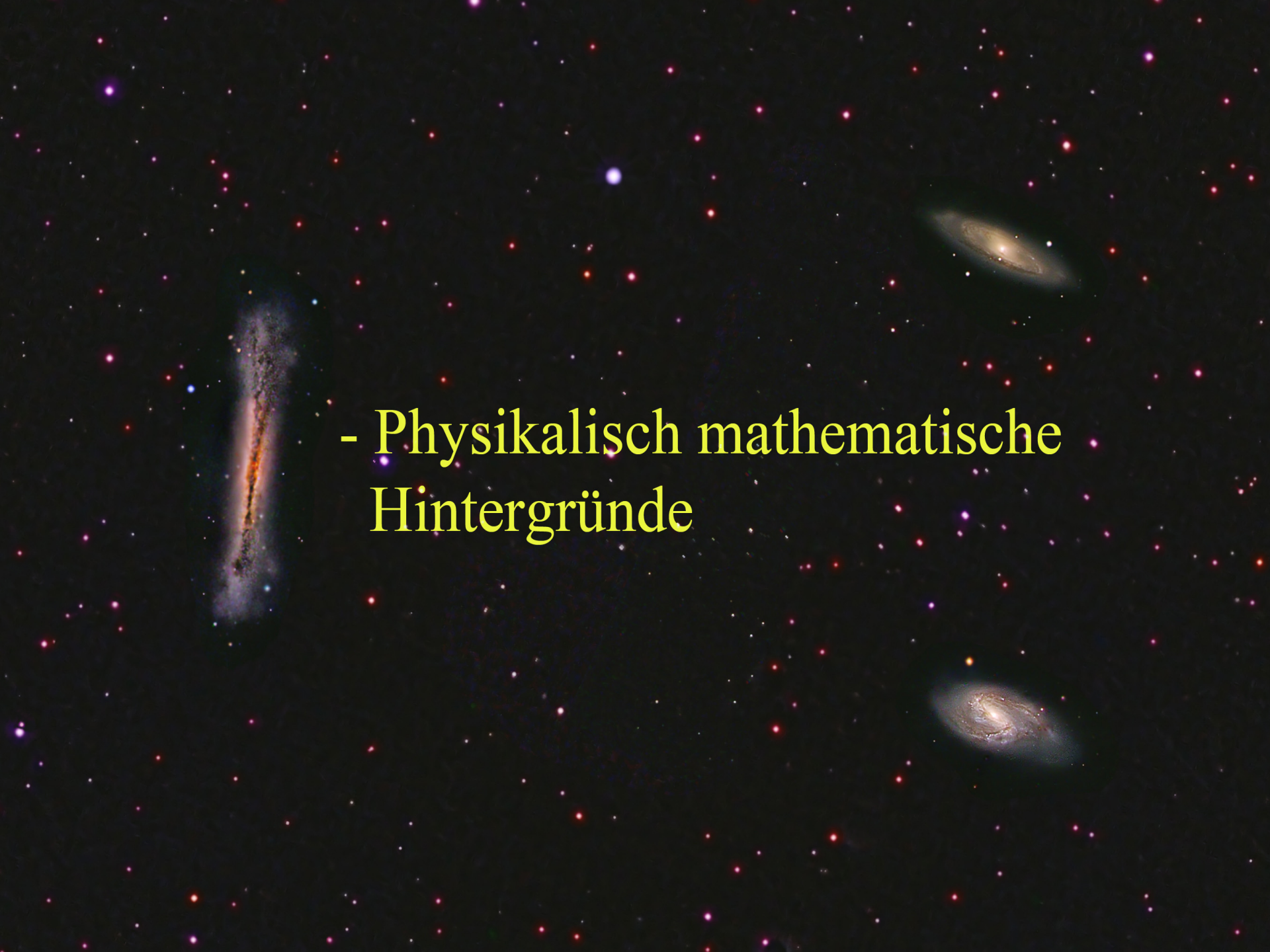
Beobachtungshorizont: Grenze des Universums, das für uns noch zugänglich ist.



Der gelbe Bereich war und ist für uns zugänglich, da das Licht der entsprechenden Objekte genug Zeit hatte, zu uns zu gelangen. Der weiße Bereich ist für uns momentan nicht zugänglich.

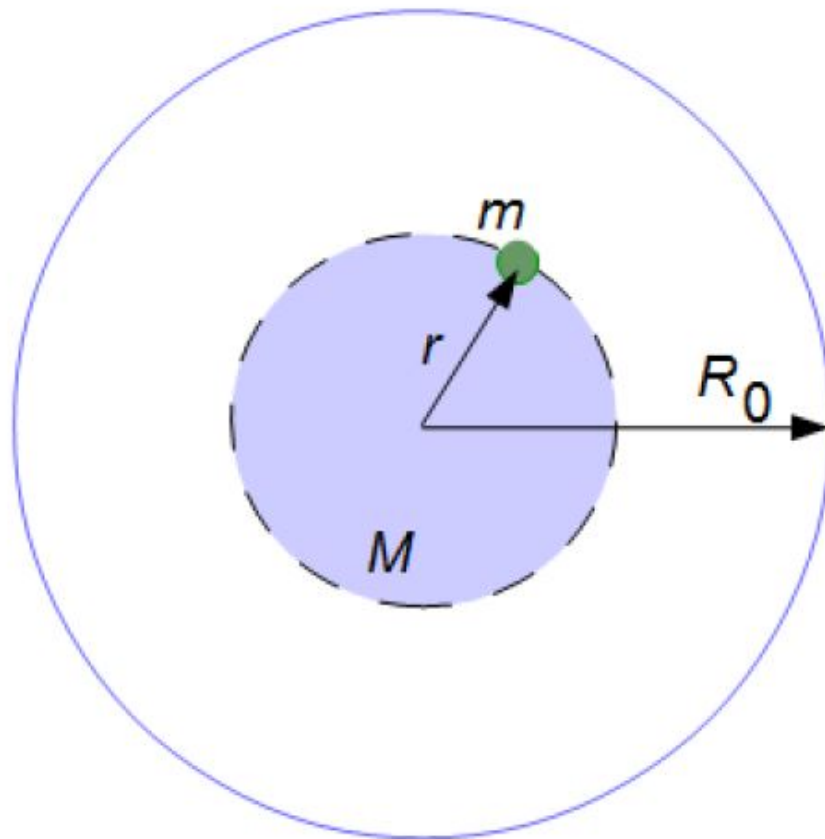
Der Beobachtungshorizont (auch Partikelhorizont) gibt an, wie weit ein Objekt maximal entfernt sein kann, deren Licht uns heute erreicht. Er beträgt **46 Gly**

Die Eigendistanz der Hintergrundstrahlung beträgt 44 Gly.

The background of the slide is a deep space image featuring a dense field of stars in various colors (red, blue, white) and three prominent galaxies. On the left is a long, narrow, edge-on galaxy with a bright central core. In the upper right and lower right are two face-on spiral galaxies with distinct central bulges and swirling arms.

- Physikalisch mathematische
Hintergründe

***Ziel: Verlauf der Expansion in
Abhängigkeit der Zeit: $a = f(t)$***



a Skalenfaktor

r Radius zum Zeitpunkt t

R_0 Radius heute

$$a = \frac{r}{R_0}$$

Friedmann Gleichung:

Ansatz für m :

$$W_{\text{kin}} + W_{\text{pot}} = \text{konst.}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} = k$$

$$\frac{m \cdot \dot{r}^2}{2} - \frac{G \cdot 4\pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot m}{3r} = k$$

$$\dot{a}^2 \cdot R_0^2 - \frac{G \cdot 8\pi \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \rho}{3} = k_2$$

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi \cdot G \cdot a^2 \cdot \rho}{3} = k_3$$

Für ein räumlich flaches Universum ist $k = 0$. Außerdem wird die beschleunigte Expansion durch die kosmologische Konstante Λ berücksichtigt (Modifikation durch ART):

$$\left\{ \frac{\dot{a}}{a} \right\}^2 - \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho}{3} = \frac{k_3}{a^2}$$

$$\left\{ \frac{\dot{a}}{a} \right\}^2 = \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho}{3} + \frac{\Lambda}{3}$$

Da ρ mit Zunahme des Volumens abnimmt, gilt mit der ρ_0 Dichte von heute:

$$\rho = \frac{\rho_0}{a^3}$$

$$\left\{ \frac{\dot{a}}{a} \right\}^2 = \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho_0}{3 \cdot a^3} + \frac{\Lambda}{3}$$

Das ist die Friedmann Gleichung für ein Staubuniversum (Strahlung vernachlässigbar)

$$\frac{\dot{a}}{a} = H$$

H ist der Hubble – Parameter, H_0 ist der heutige Wert.

In der Friedmann Gleichung werden jetzt die Dichte und kosmologische Konstante durch die Dichteparameter Ω_0 und Ω_Λ ersetzt.

$$\rho_0 = \Omega_0 \frac{3 \cdot H_0^2}{8\pi \cdot G}$$

$$\Lambda = \Omega_\Lambda \cdot 3 \cdot H_0^2$$

Wir erhalten die Differentialgleichung:

$$\left\{ \frac{\dot{a}}{a} \right\}^2 = H_0^2 \left\{ \frac{\Omega_0}{a^3} + \Omega_\Lambda \right\}$$

Die Lösung der Differentialgleichung:

$$a(t) = \left(\sqrt{\frac{\Omega_0}{\Omega_\Lambda}} \sinh \left(\frac{3 \cdot H_0 \cdot \sqrt{\Omega_\Lambda}}{2} \cdot t \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\Omega_0 = 0,27$$

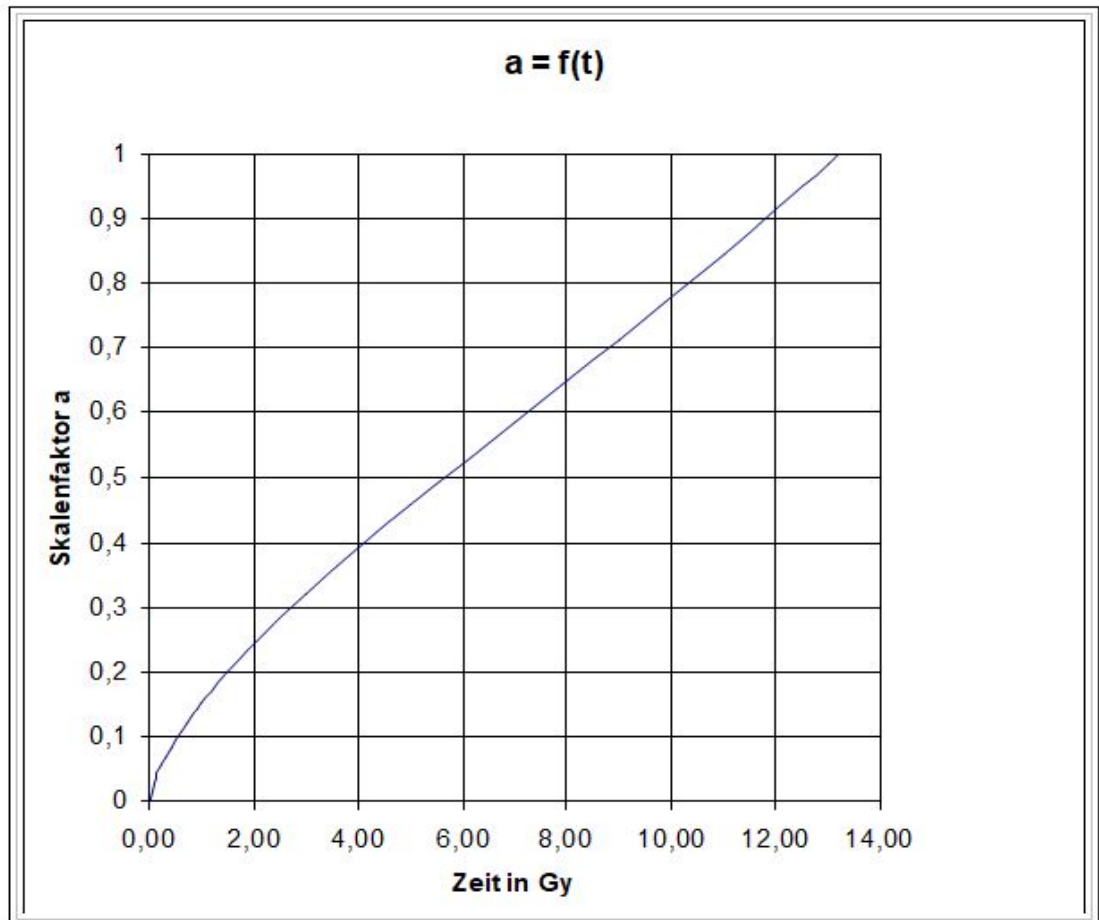
$$\Omega_\Lambda = 0,73$$

ergibt:

$$a(t) = \left(0,665 \cdot \sinh \left(0,0916 \frac{t}{\text{Gy}} \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$H_0 = 71 \text{ km/sMpc}$$

Das entspricht
nebenstehendem
Verlauf.

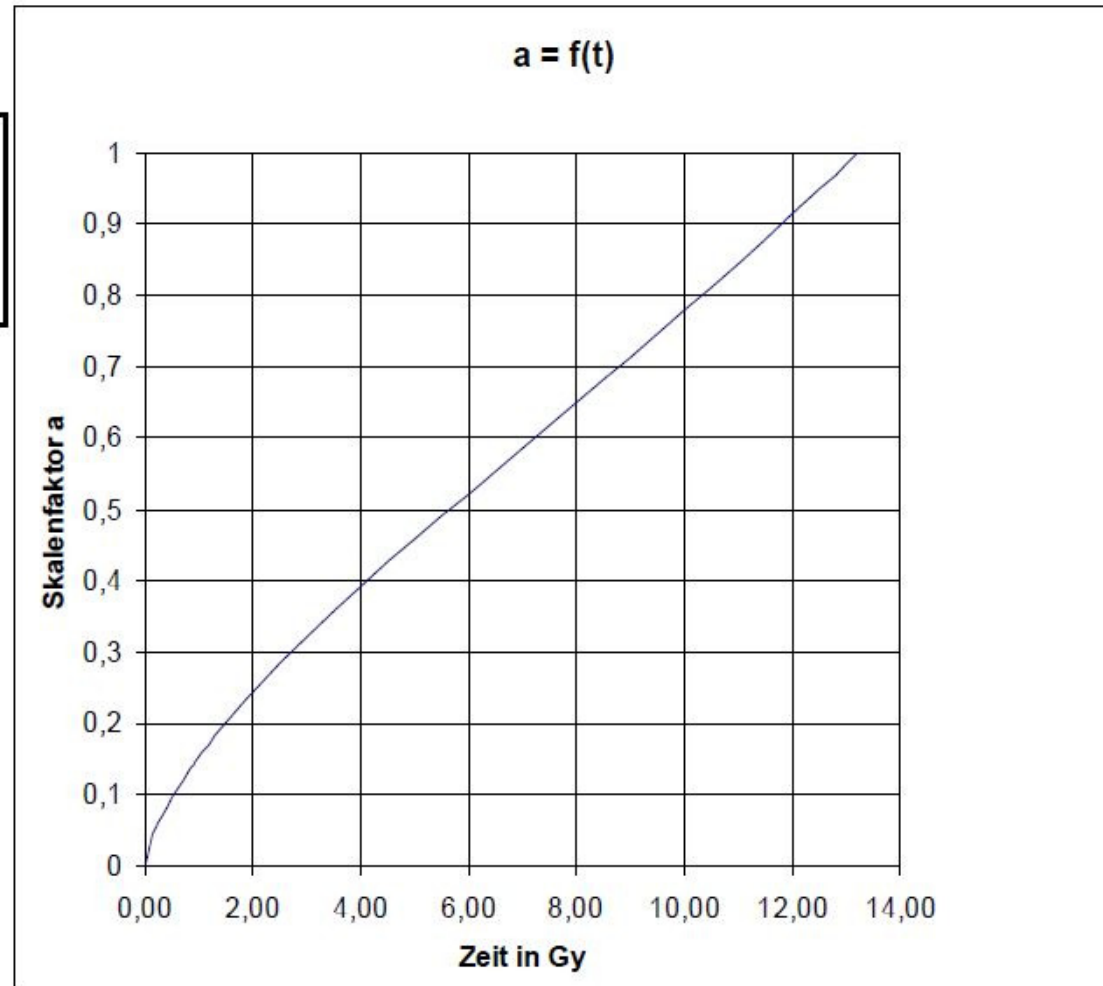


Ziel: Darstellung einer Raumzeitkarte unter Berücksichtigung der Expansion $a = f(t)$

Gegeben:

$$a(t) = \left(\sqrt{\frac{\Omega_0}{\Omega_\Lambda}} \sinh \left(\frac{3 \cdot H_0 \cdot \sqrt{\Omega_\Lambda}}{2} \cdot t \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$a(t) = \left(0,665 \cdot \sinh \left(0,0916 \frac{t}{\text{Gy}} \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$



Lösung:

Anwendung der Metrik (Rechenvorschrift) eines expandierenden Universums nach Robertson-Walker:

$$ds^2 = -c^2 \cdot dt^2 + a^2(t) \cdot (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

ds ist das Linienelement im vierdimensionalen Raum. Zur Kartendarstellung werden die d – Werte durch nicht mehr gegen 0 gehende Δ - Werte ersetzt:

$$\Delta s^2 = -c^2 \cdot \Delta t^2 + a^2(t) \cdot (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

Entsprechend der Vereinbarung, dass in der Raumzeitkarte nur eine Richtung berücksichtigt werden braucht, erhält man:

$$\Delta s^2 = -c^2 \cdot \Delta t^2 + a^2(t) \cdot \Delta x^2$$

Da die Punktabstände zu gleichen Zeiten ermittelt werden, wird der erste Term ebenfalls 0:

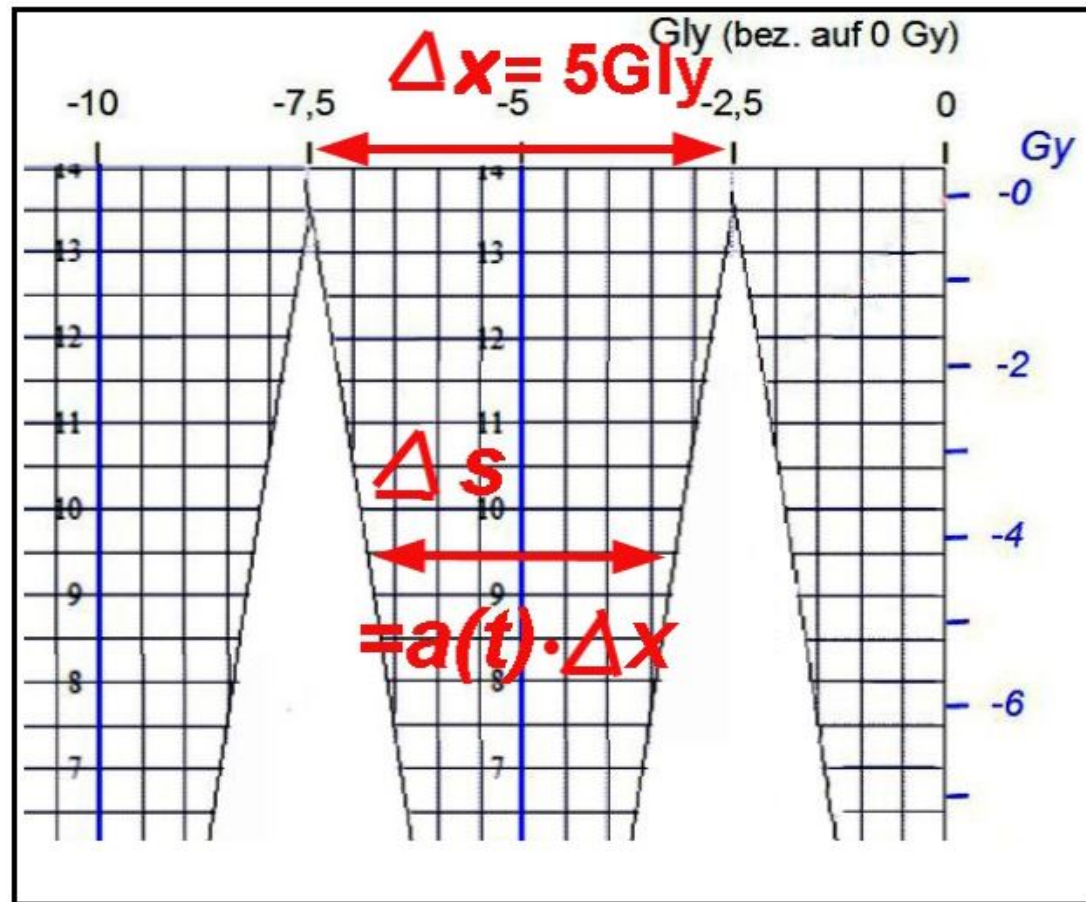
$$\Delta s^2 = a^2(t) \cdot \Delta x^2$$

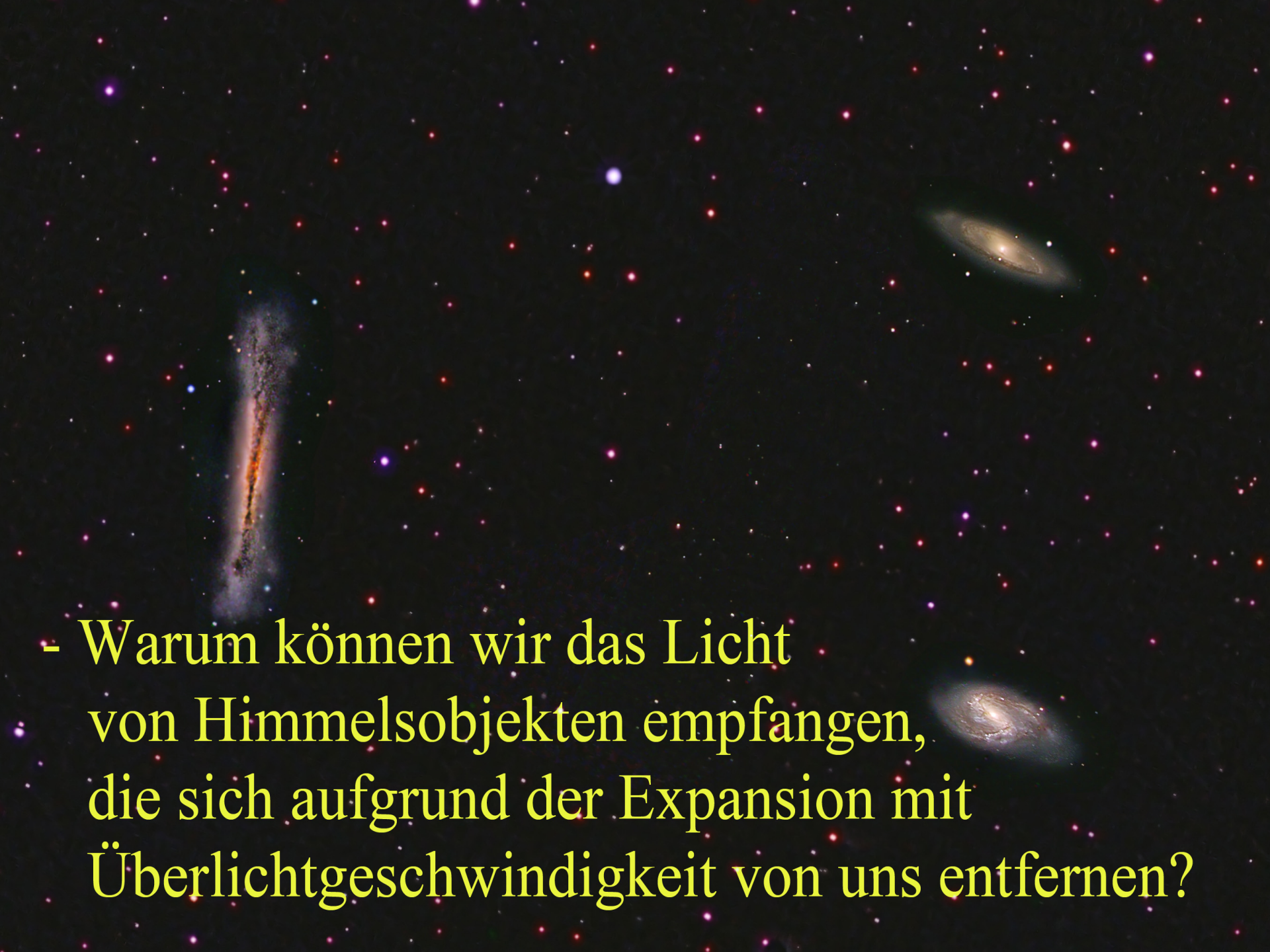
und weiter

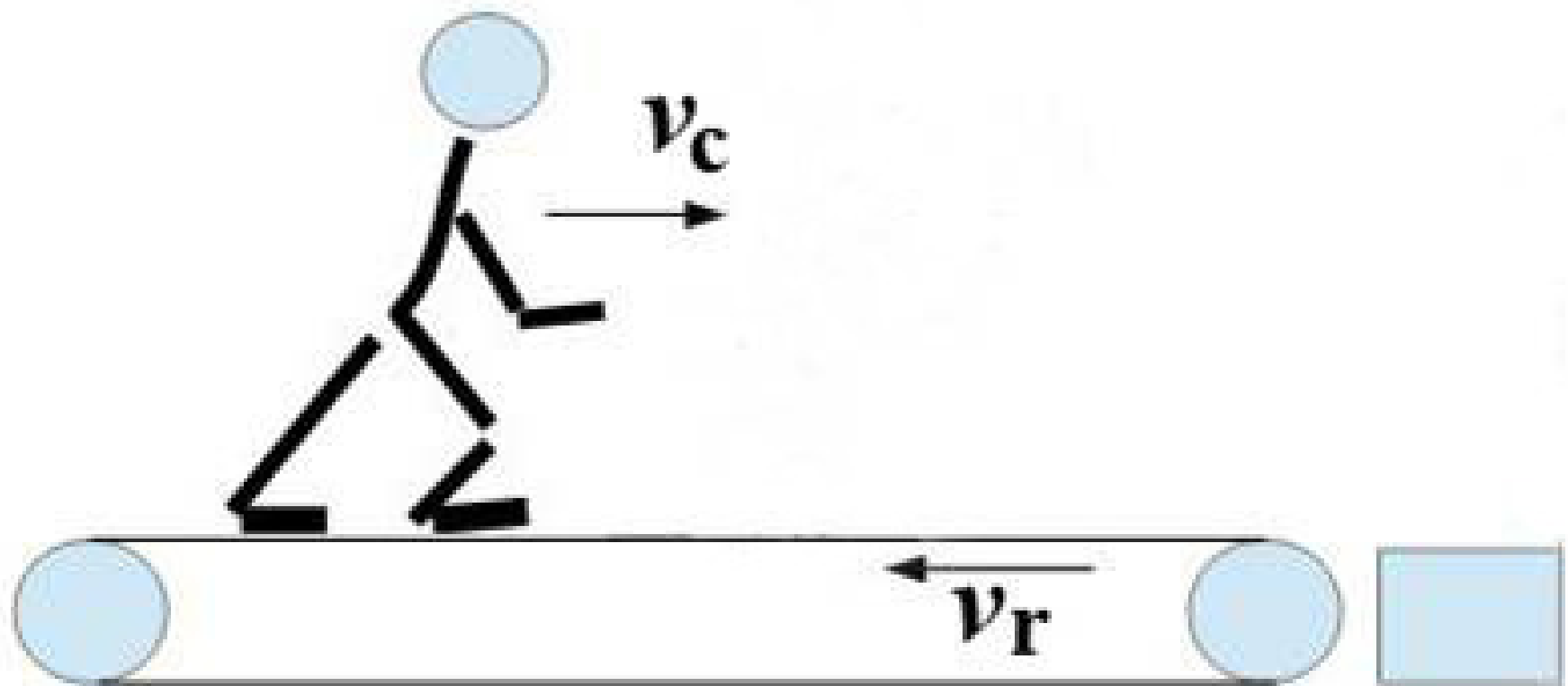
$$\Delta s = a(t) \cdot \Delta x$$

Für Δx wurden 5 Gly gewählt und die Δs Werte für die Zeitangaben mit obiger Formel errechnet.

Die Hüllkurven der Segmente in der Raumzeitkarte entsprechen dann dem Verlauf der oben dargestellten Funktion $a(t)$.



- 
- Warum können wir das Licht von Himmelsobjekten empfangen, die sich aufgrund der Expansion mit Überlichtgeschwindigkeit von uns entfernen?



$$v_c < v_r$$

Behauptung:

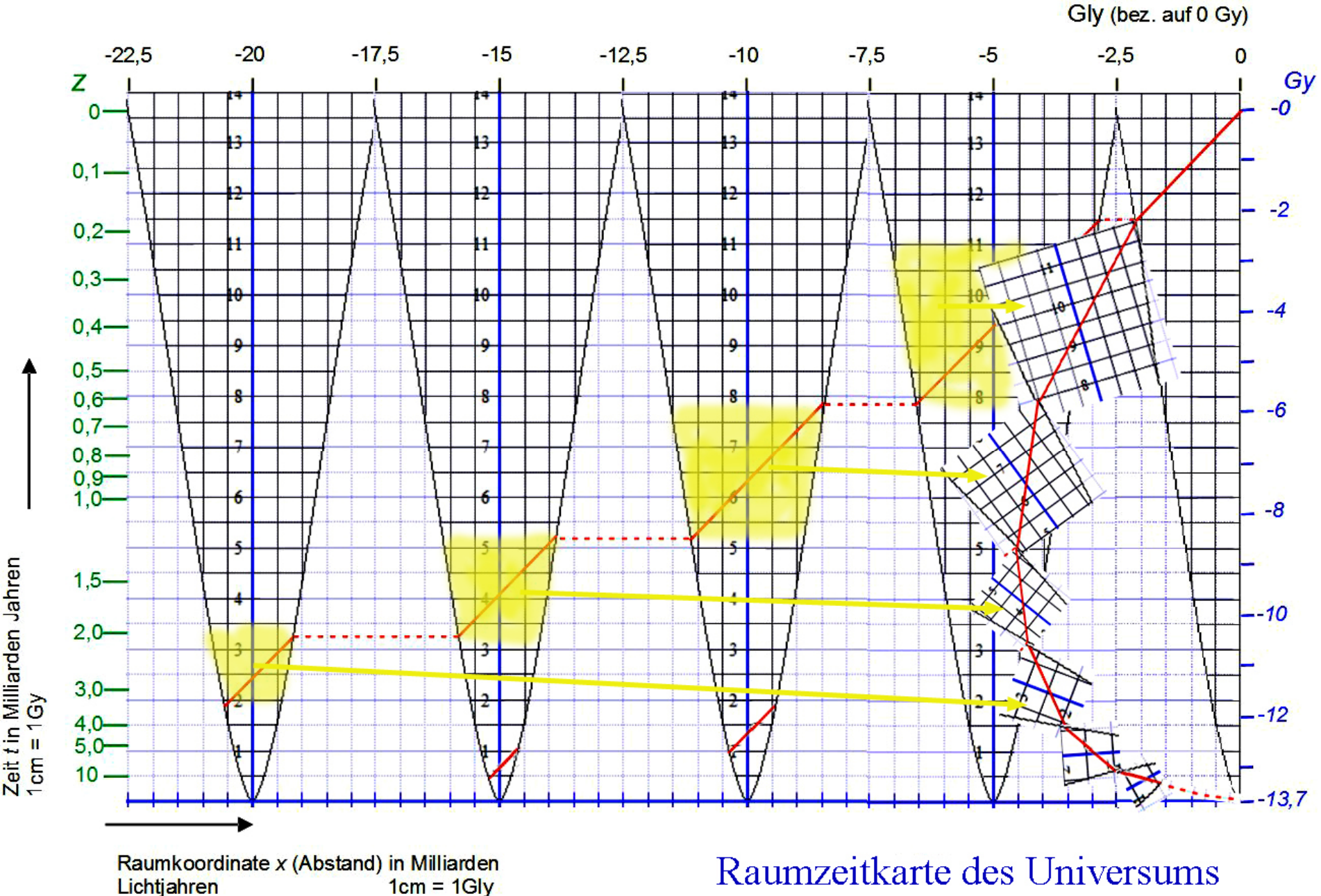
Es gibt Objekte (z. B. Galaxien), die sich

- vor ihrer Lichtaussendung zu uns,
- bei der Lichtaussendung und
- nach der Lichtaussendung mit $v > c$ von uns entfernen.

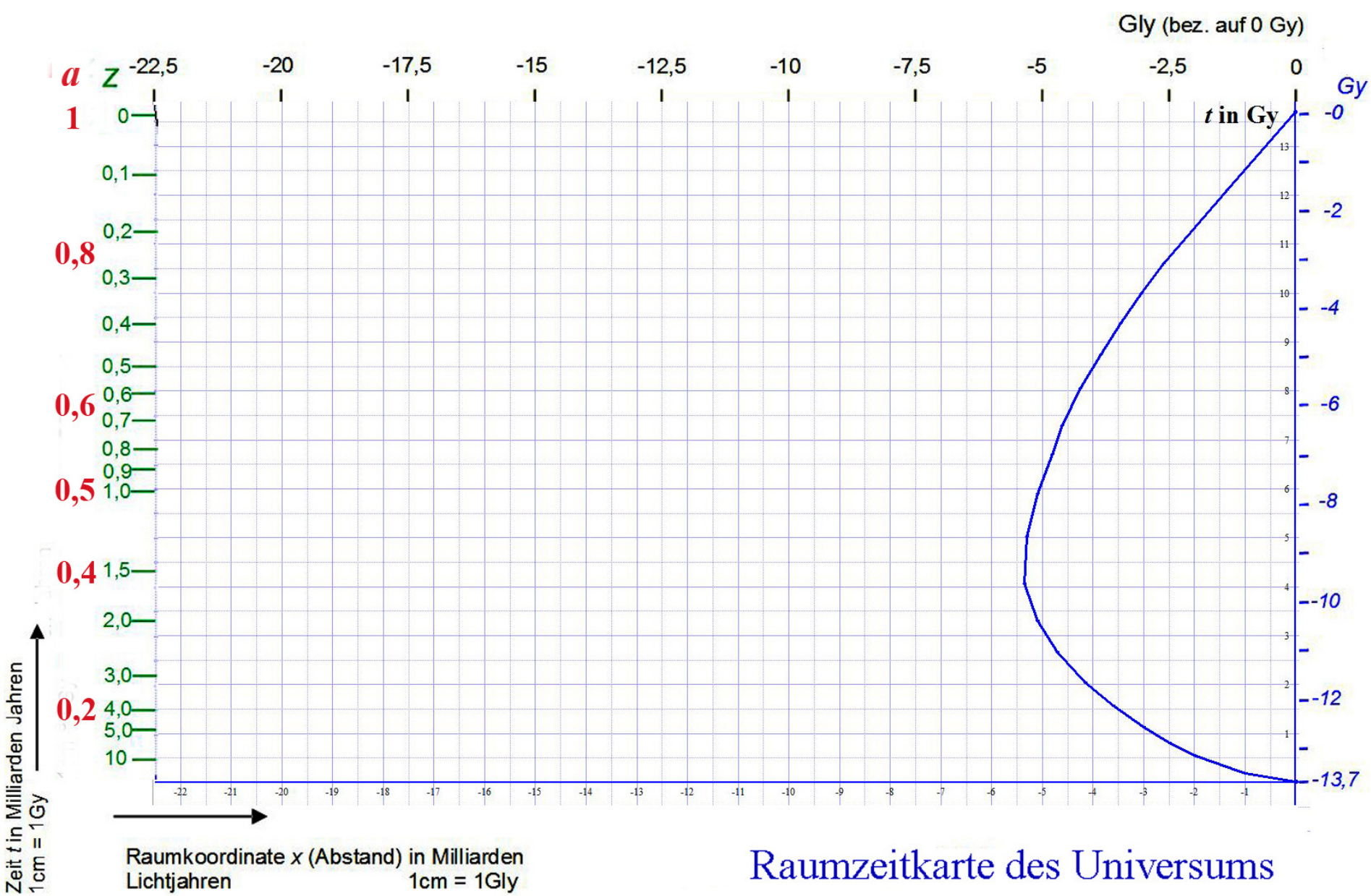
Trotzdem können wir sie „sehen“, d. h. ihr Licht empfangen bzw. aufnehmen.

Die Raumzeitkarte mit Sektoren ist zur Darstellung von Geschwindigkeiten ungeeignet.

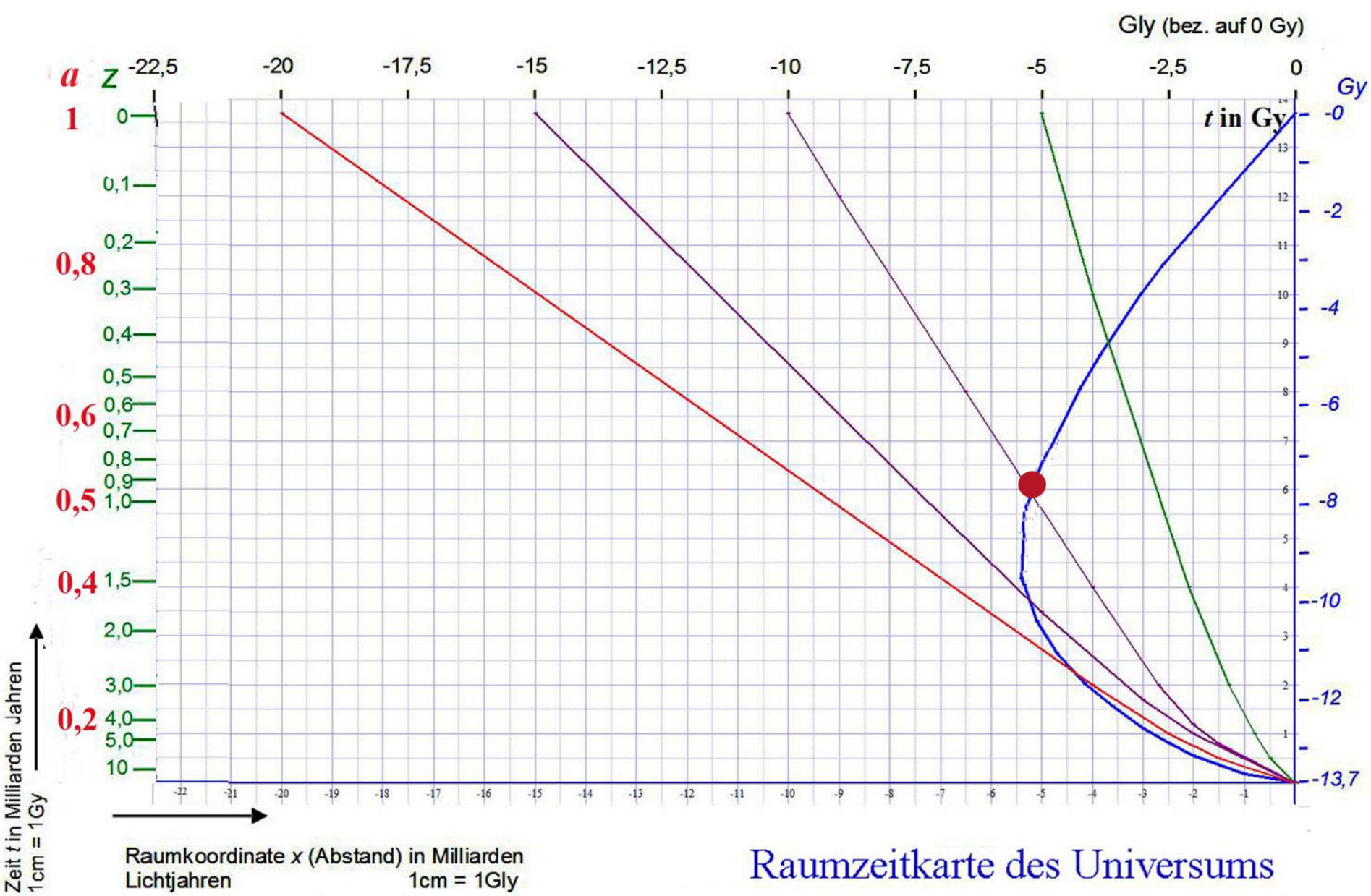
Daher wird die Karte in eine Raumzeitkarte ohne Sektoren umgezeichnet.

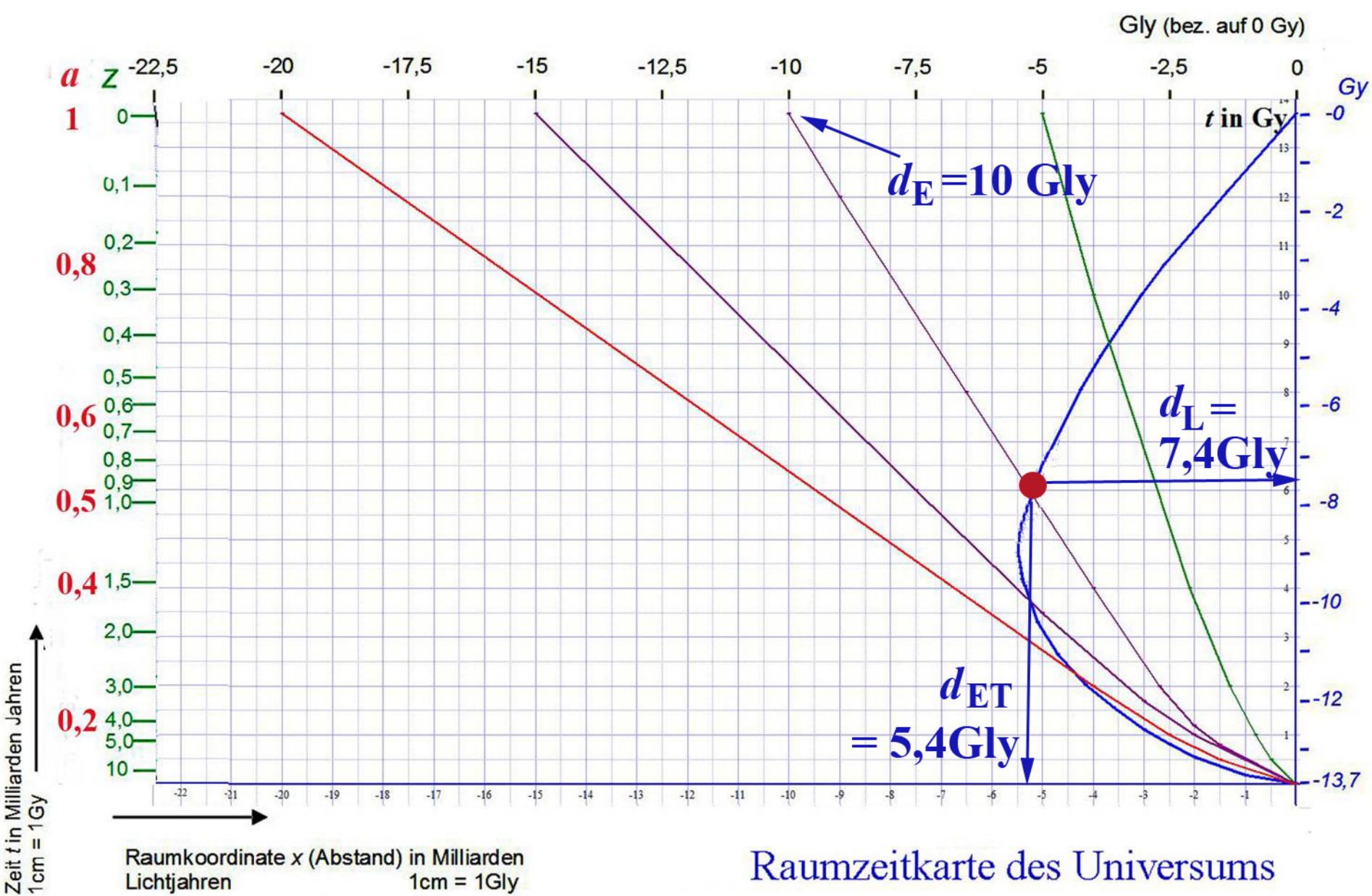


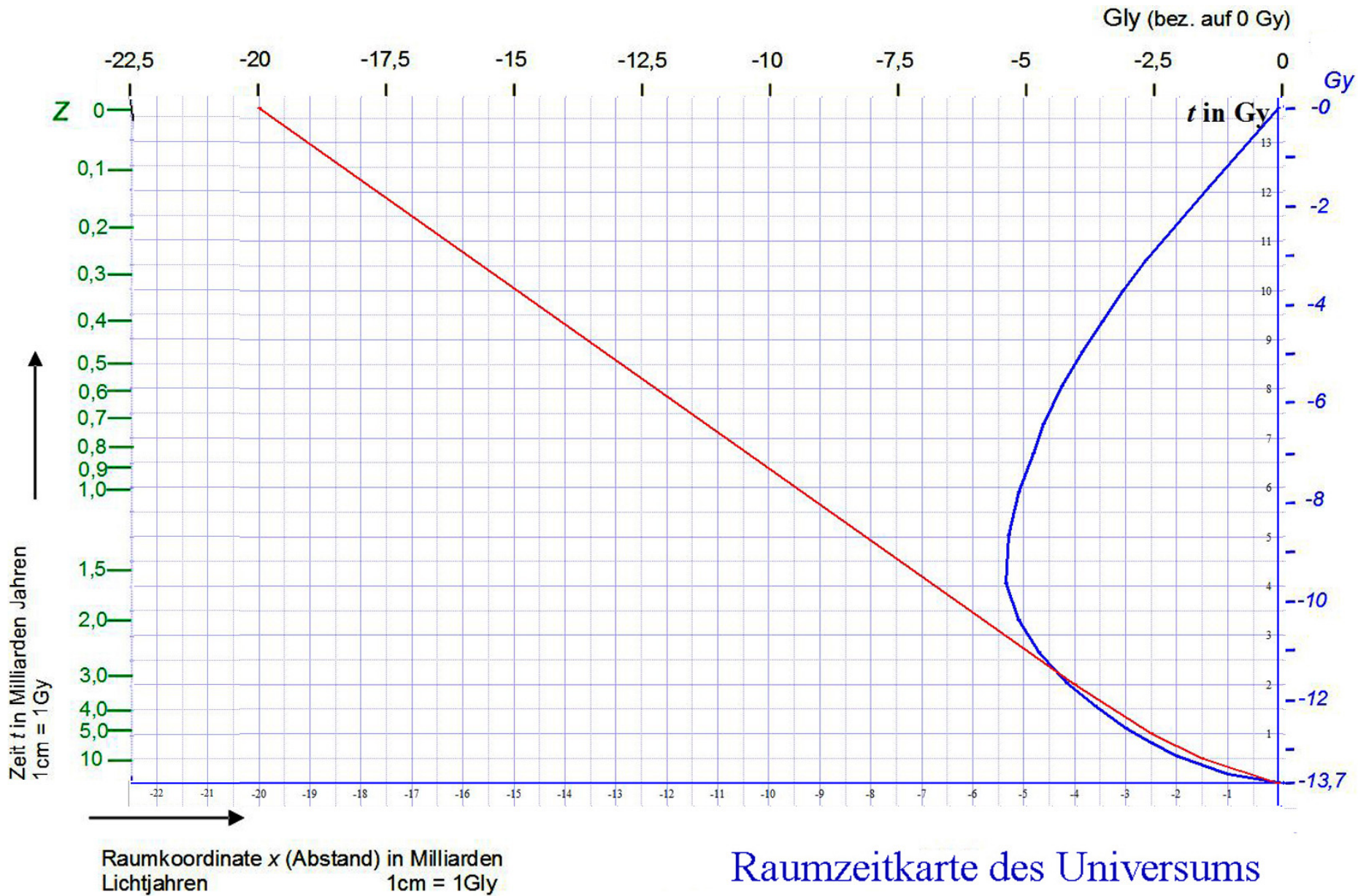
Umgestaltung der Raumzeitkarte: Schließen der Lücken



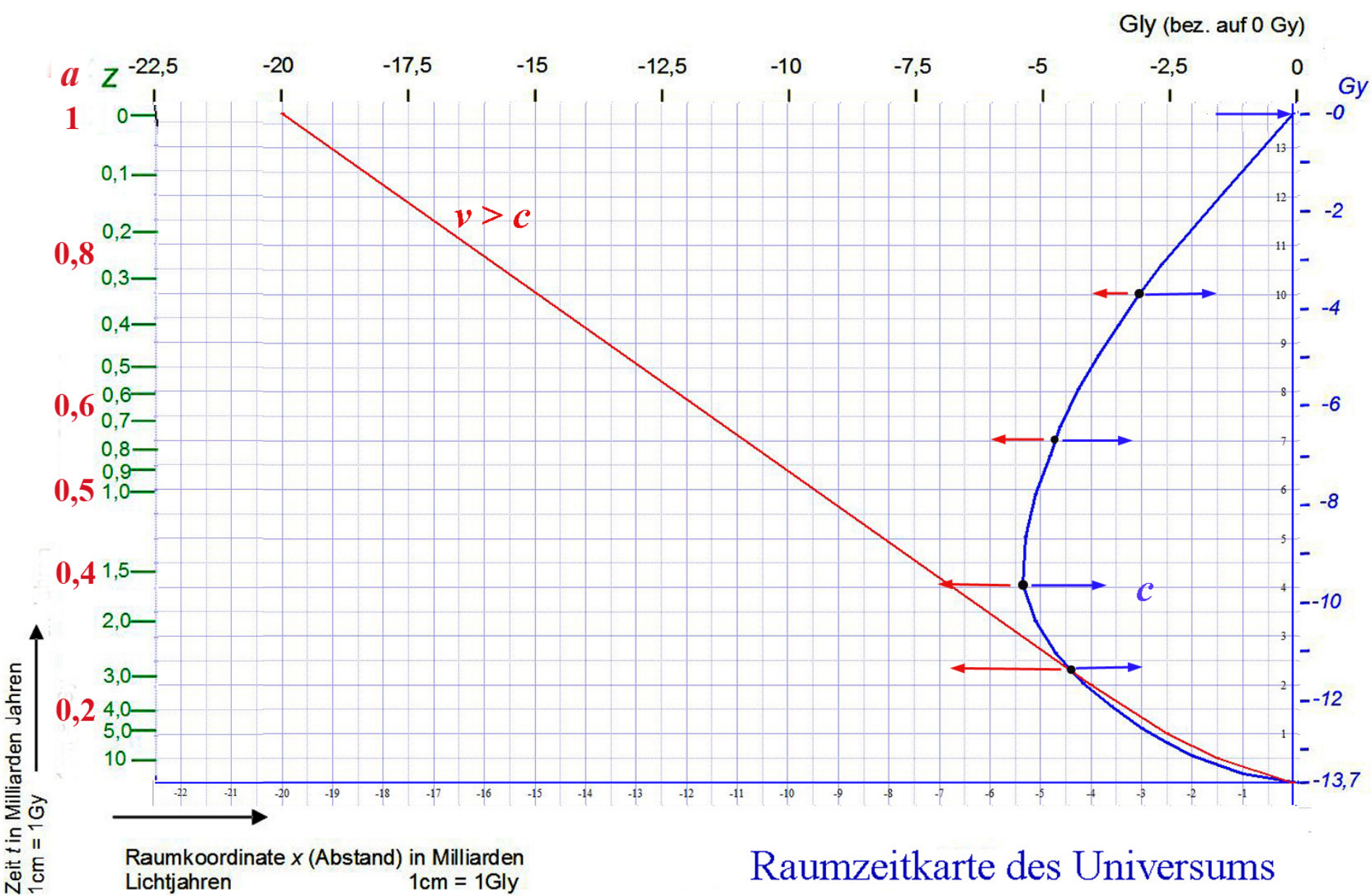
Weltlinie des Lichtes







Weltlinie einer Galaxie, die sich mit $v > c$ von uns entfernt.

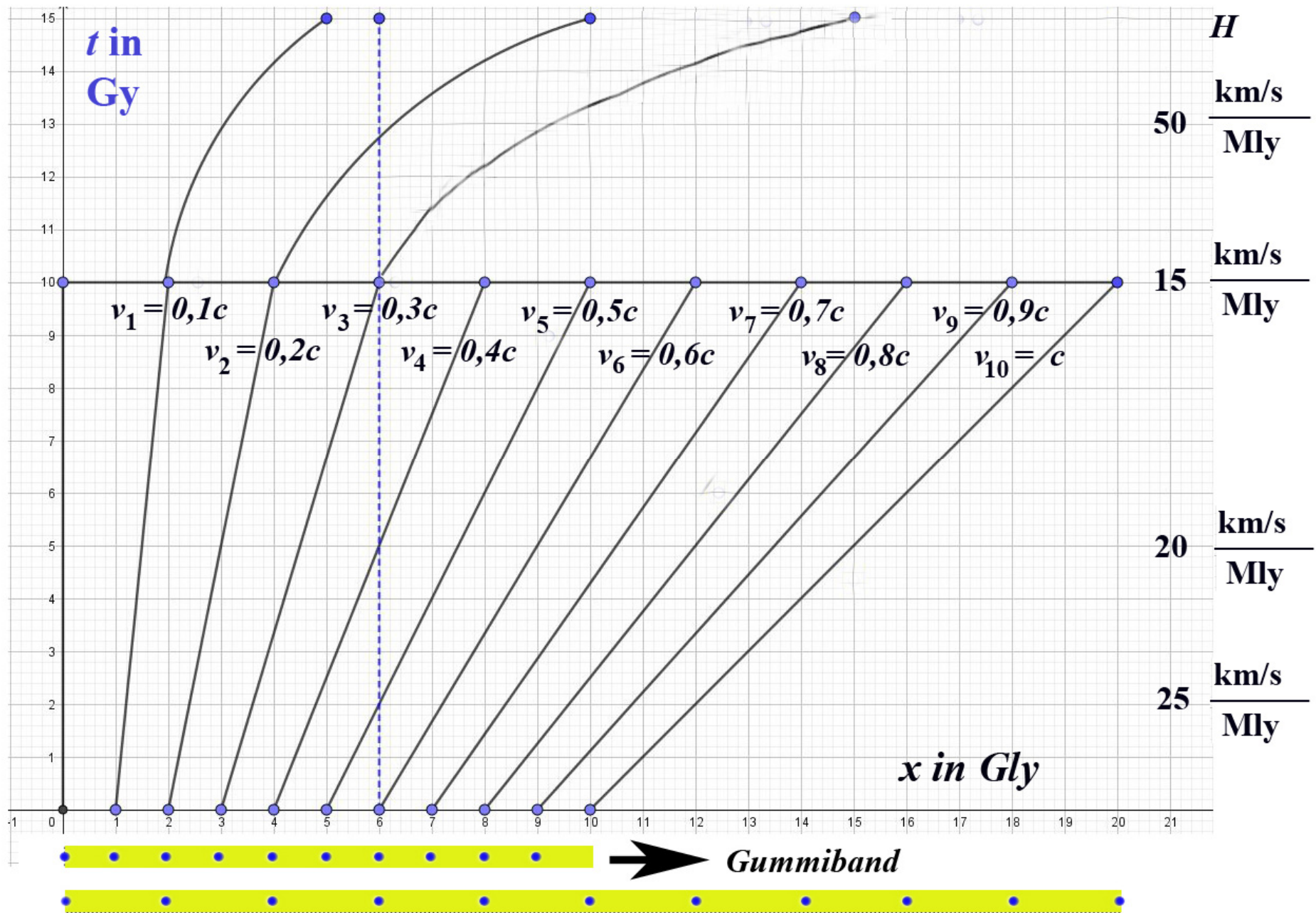


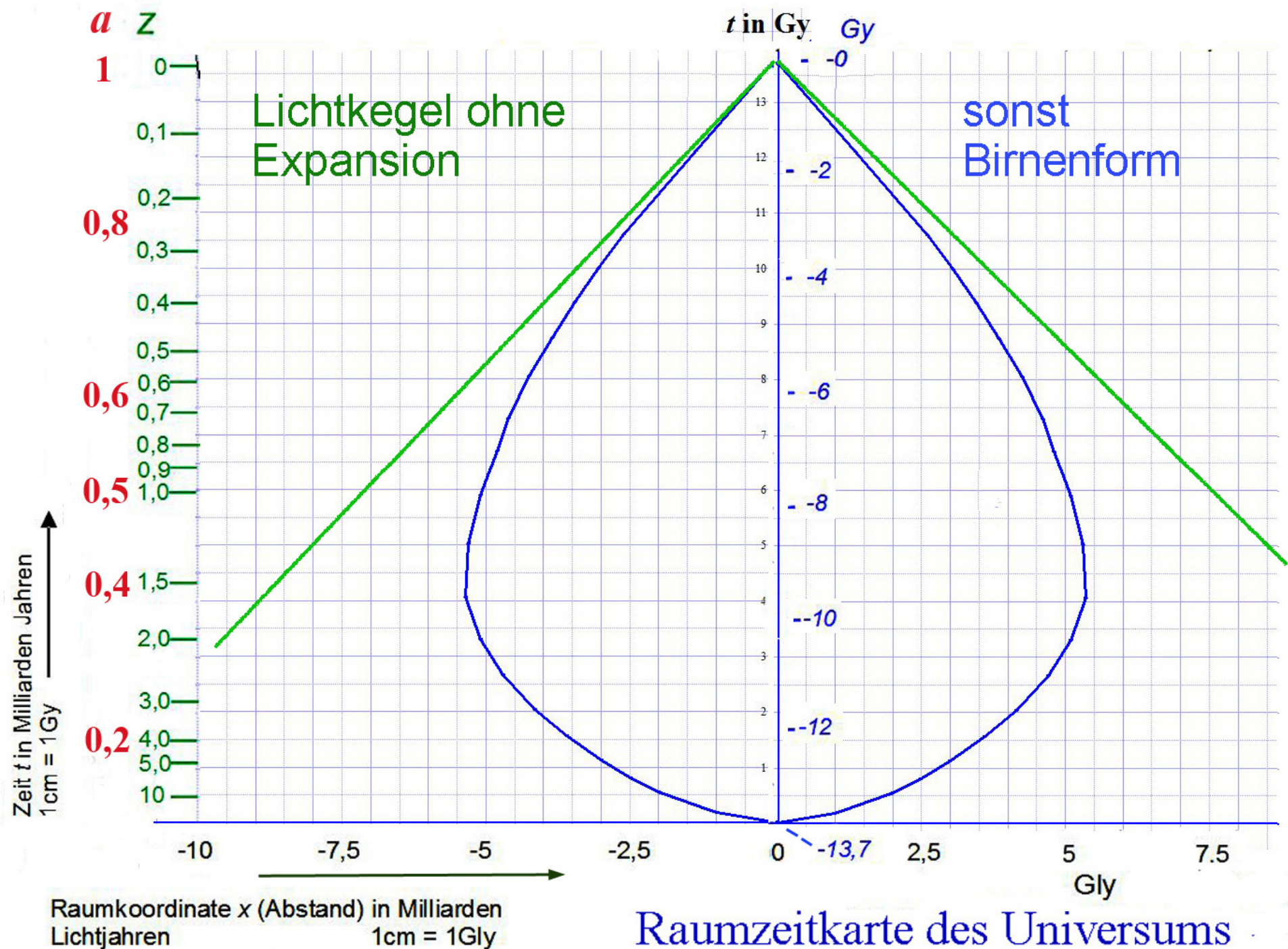
Der Lichtverlauf ergibt sich aus der Subtraktion von Entweichgeschwindigkeit des Raumes (rot) und Lichtgeschwindigkeit.

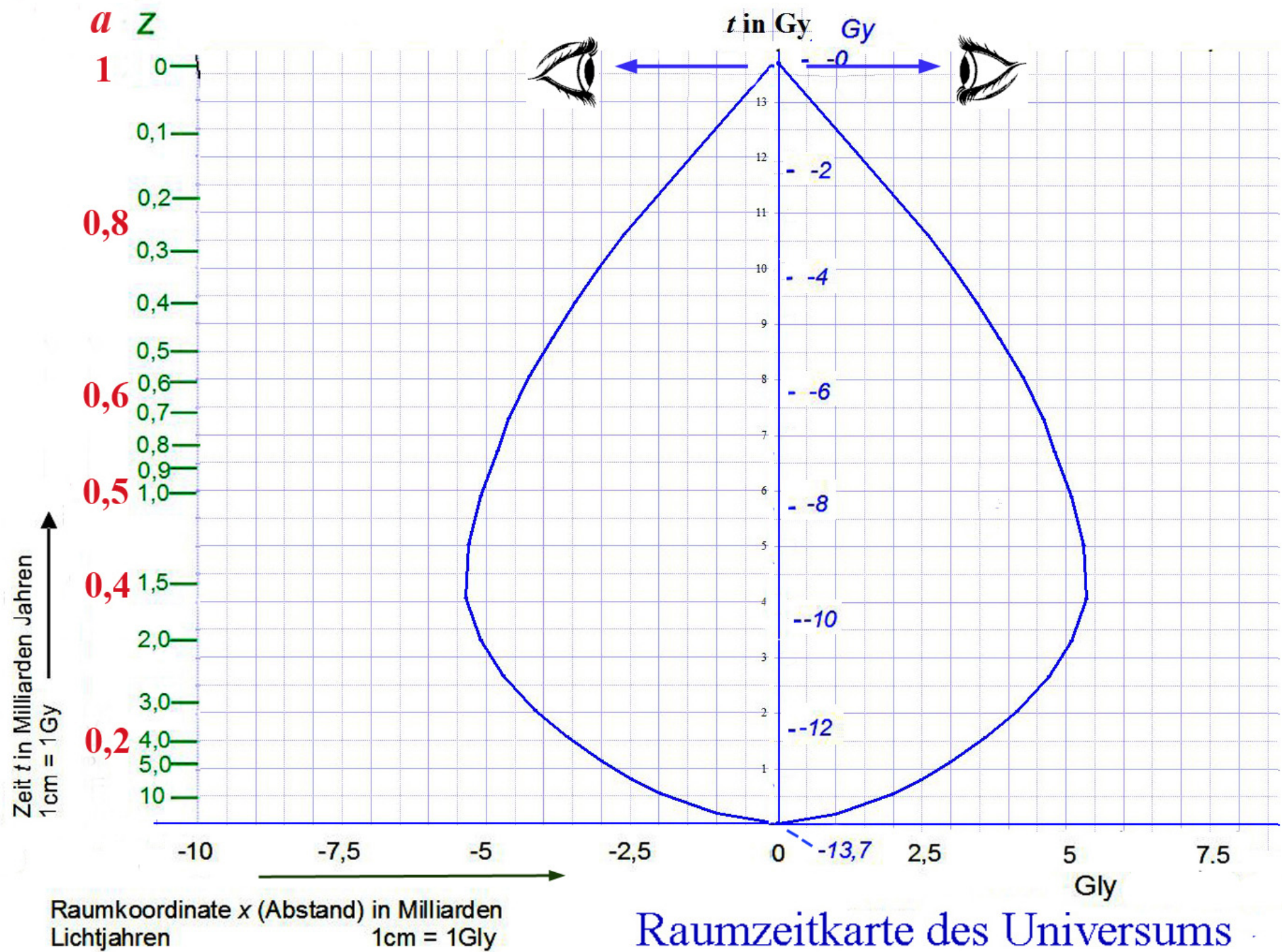
Bei unverändertem Eigenabstand verringert sich die Expansionsgeschwindigkeit mit der Zeit und damit ist c schließlich größer als diese Geschwindigkeit.

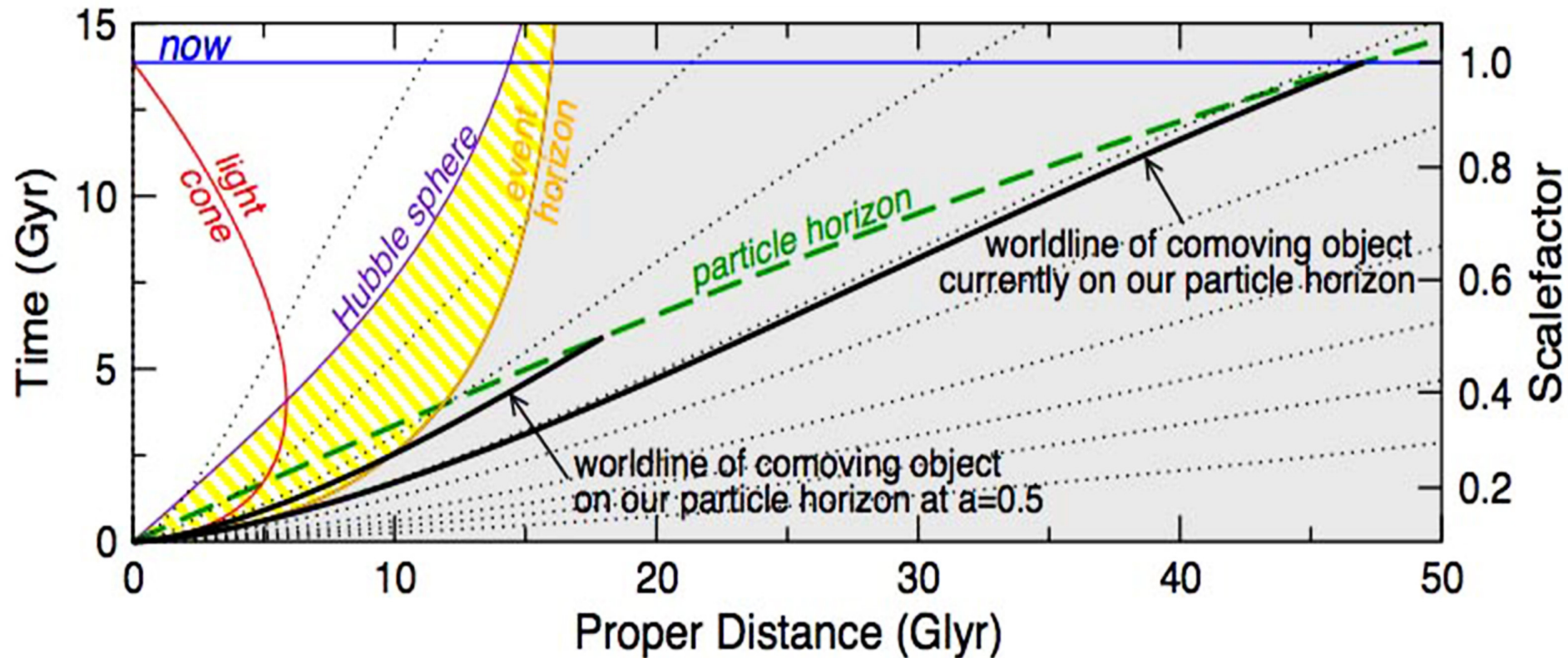
Die Hubble – Konstante ist keine Konstante, sie ist zeitabhängig und war in der Vergangenheit größer.

Die Geschwindigkeiten werden nicht relativistisch behandelt!!!









Quelle: *Davis, Lineweaver*: „Expanding Confusion: Common Misconceptions of Cosmological Horizons and the Superluminal Expansion of the Universe“

Astronomical Society of Australia 2004

Weitere Informationen unter:

<http://www.mso.anu.edu.au/~charley/papers/DavisLineweaver04.pdf>

<http://www.astro.ucla.edu/~wright/CosmoCalc.html>

(Umrechnung der unterschiedlichen Distanzen)

http://www.reiner-guse.de/assets/applets/Ausw_Expansion_Fer.pdf

The background of the slide is a deep space image featuring a dark, star-filled sky. Numerous small, distant stars are visible, some appearing as bright points of light and others as fainter specks. Three prominent galaxies are visible: a vertical, elongated galaxy on the left side, and two spiral galaxies on the right side, one near the top and one near the bottom. The text is centered in a yellow, serif font.

Vielen Dank

für Ihr Interesse

und Ihre Mitarbeit